

## Poslední cvičení DRNu

1. Posuďte použitelnost základních tří metod řešení pro rovnici  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x}$ .

[Separace: ANO. Odhad: NE. Variace: ANO. (Odpovědi je třeba zdůvodnit.)]

2. U rovnice  $y' = 2y + 3e^{2x}$  vyhodnoťte, které ze tří základních metod jsou použitelné, a použijte je.

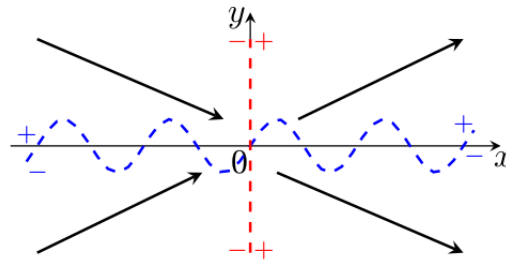
[Separace: NE. Odhad: ANO. Variace: ANO. Řešení:  $y(x) = 3xe^{2x} + \alpha e^{2x}$ .]

3. Aproximujte řešení úlohy  $y' = 2y + 3e^{2x}$ ,  $y(0) = -1$  pomocí Eulerovy metody s krokem  $h = 1$ . Ukažte první dva iterační kroky.

[[0, -1] → [1, 0] → [2, 3e<sup>2</sup>]]

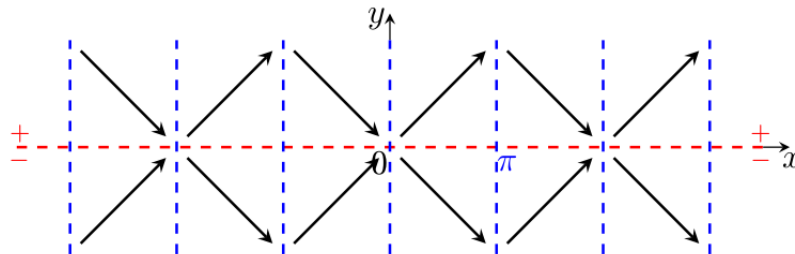
4. Pro rovnici  $y' = x(y - \sin x)$  načrtněte vektorové pole a určete její případná stacionární řešení.

[Stac. řešení neexistuje.]



5. Pro rovnici  $y' = y \cdot \sin x$  načrtněte vektorové pole a určete její případná stacionární řešení.

[Stac. řešení  $y(x) \equiv 0, x \in \mathbb{R}$ ]



6. Odhadli jsme jistý integrál metodou lichoběžníků s jistým  $n$  a ukázalo se, že chyba je přibližně 0,0016. Potřebujeme, aby chyba byla 0,0001. Jaký počet dělení máme použít v příštím pokusu s lichoběžníkovou metodou?

[Metoda je řádu 2 ⇒ potřebujeme  $4n$  dělení.]

7. Najděte aproximační vzorec pro funkci  $\frac{1}{5+h}$ , který by platil pro malá  $h$  s chybou  $O(h^3)$ .

[Přes Taylorův polynom stupně 2:  $f(h) \approx \frac{1}{5} - \frac{1}{25}h + \frac{1}{125}h^2$ .]

8. Je možné, aby nějaká lineární diferenciální rovnice měla množinu  $\{3, x + 2, 2x - 11\}$  jako svůj fundamentální systém?

[Ne, není lineárně nezávislá.]

9. Vytvořte nějakou diferenciální rovnici (skutečnou, aby v ní bylo  $y$  i jeho derivace) tak, aby byla jejím řešením funkce  $y(x) = \sin(x) + \cos(x)$ .

[plno možností, např.  $y' = y - 2 \sin x$  nebo  $y'' + y = 0$ .]

10. Uvažujte rovnici  $y'' + y' - 2y = b(x)$ . Najděte nějakou pravou stranu tak, aby řešení této rovnice měla v nekonečnu asymptotickou rychlost růstu řádově  $x^2 e^x$ .

[Např.  $b(x) = xe^x$ .]