

Shrnutí semestru, aneb jak by třeba mohla vypadat zkušková písemka

1. Určete limity v hraničních bodech definičního oboru funkce

$$y = e^{-\frac{1}{x}}.$$

[1 v $\pm\infty$; $+\infty$ v 0_- ; 0 v 0_+]

2. Vyšetřete monotonii a lokální extrémů funkce

$$y = e^{(x \cdot |x+2|)}.$$

[rostoucí na $(-\infty; -2)$ a $(-1; \infty)$; klesající na $(-2; -1)$; ostré lokální maximum je 1 (v bodě -2); ostré lokální minimum je e^{-1} (v bodě -1)]

3. Spočtete

$$\int (9x - 2) \cos(6x) dx$$

[$\frac{1}{12}(3 \cos(6x) + 18x \sin(6x) - 4 \sin(6x) + c)$ pro $x \in \mathbb{R}$.]

4. Spočtete

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{(\sin^2 x - 3) \cos x}{\sin^2 x + 1} dx$$

[$-1 + \pi$]

5. Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+2}}{2k - 7}.$$

[konverguje neabsolutně]

6. Ukažte, že funkce definovaná předpisem

$$f(x) = \begin{cases} 1 \dots x \in \mathbb{Q} \\ 2 \dots x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

nemá na intervalu $(0; 1)$ Riemannův integrál.