

**Matematickou analýzou proti euforii ze začátku semestru II:  
vlastnosti funkcí, limity**

*Pár příkladů na zamyslení ohledně dnešního cvika:*

1. Doplňte tabulku chování rostoucích/klesajících funkcí vůči skládání, resp. sčítání (ne vždy lze obecně rozhodnout):

o	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	
klesající		

+	rostoucí	klesající
rostoucí		obecně nevíme
klesající		

o	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	klesající
klesající	klesající	rostoucí

+	rostoucí	klesající
rostoucí	rostoucí	obecně nevíme
klesající	obecně nevíme	klesající

2. V *Přehledu přednášky na Moodle* jsou na konci oddílu „Elementární funkce“ definovány hyperbolické funkce. Ukažte, že platí tamtéž zmíněná rovnost  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ .
3. Rozmyslete si, zda a proč jsou následující funkce (shora, zdola) omezené:

(a)  $g(x) = -x^2 + 5x - 6$

[omezená shora]

(b)  $h(x) = \frac{5}{3-2x}$

[neomezená]

(c)  $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$

[omezená shora i zdola]

4. Určete, zda jde o funkce sudé, či liché:

(a)  $f(x) = 2x^2 - 4x + 2$

[ani jedno]

(b)  $g(x) = \ln \frac{2+x}{2-x}$

[lichá]

(c)  $h(x) = \sin x + \cos x$

[ani jedno]

(d)  $j(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

[sudá]

5. U těch funkcí, které jsou periodické, určete periodu:

(a)  $3 \cos \frac{\pi x}{2}$

[4]

(b)  $-2 \sin(2x + 4)$

[ $\pi$ ]

(c)  $\tan \sqrt{x}$

[není periodická]

(d)  $2 \cos 2x + 3 \cos 3x$

[ $2\pi$ ]

*Ve druhé části jen zlehka nakousneme limity (stačí okopírovat postup z přednášky; jde o to vytknout to, co „roste nejrychleji“):*

6. Určete limity následujících funkcí:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^4 - 2x^2 - 1$

[ $\infty$ ]

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4}{2x^3 - 7x + 2}$

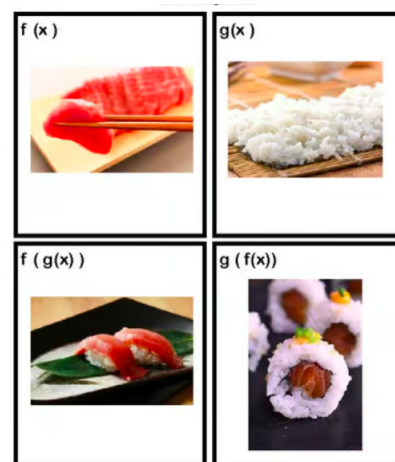
[ $\frac{1}{2}$ ]

(c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 1}{3x^3 + x + 2}$

[ $\infty$ ]

(d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2}{x^5 + 4x - 3}$

[0]



*Pozor na pořadí skládání!*