Domácí úkol 9 (čtvrtek)

1. Vzpomeňte si na operátor derivace $\mathsf{D}\colon \mathbb{R}^{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}^{\leq 3}[x]$, který zobratuje

$$\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \mapsto \alpha_1 + 2\alpha_2 x + 3\alpha_3 x^2$$

a) Najděte matici tohoto opertáoru $\mathsf{D}_{\mathscr{X}}^{\mathscr{X}}$ v bázi $\mathscr{X} = (1, x-2, (x-2)^2, (x-2)^3)$ bez použití matic transformace souřadnic.
b) Najděte matici transformace souřadnic $\mathsf{T}_{\mathscr{X}\mapsto\mathscr{E}}$ a $\mathsf{T}_{\mathscr{E}\mapsto\mathscr{X}}$, kde $\mathscr{E} = (1, x, x^2, x^3)$ je kanonická báze $\mathbb{R}^{\leq 3}[x]$.
c) Ověřte pomocí maticového násobení, že platí $\mathsf{D}_{\mathscr{X}}^{\mathscr{X}} = \mathsf{T}_{\mathscr{E}\mapsto\mathscr{X}} \mathsf{D}_{\mathscr{E}}^{\mathscr{E}} \mathsf{T}_{\mathscr{X}\mapsto\mathscr{E}}$.
d) Najděte souřadnice polynomu $p(x) = 2x^3 - 4x^2 - 3x + 3$ v bázi $\mathscr{X}$.

2. Buďte $\mathsf{f}, \mathsf{g}\colon V \to W$ nějaká lineární zobrazení, nechť $\mathscr{X}$ je báze V a $\mathscr{Y}$ je báze W. Dokažte, že

$$(\mathsf{f} + \mathsf{g})_{\mathscr{X}}^{\mathscr{Y}} = \mathsf{f}_{\mathscr{X}}^{\mathscr{Y}} + \mathsf{g}_{\mathscr{X}}^{\mathscr{Y}}.$$