

Příklady k procvičení 07

Následující příklady můžete využít až se budete nudit na cvičení nebo až se budete připravovat na zápočtovou písemku. Úlohy označené hvězdičkou jsou vyšší náročnosti než jakou lze očekávat u zápočtové písemky.

1. Rozhodněte, zda následující zobrazení představují mono-, epi- nebo izomorfismus. V případě izomorfismu najděte inverzní matici

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$,

b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$,

c) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$,

d) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

*2. Ukažte, že je-li matice \mathbf{A} monomorfismus, pak existuje matice \mathbf{B} taková, že $\mathbf{BA} = \mathbf{E}$, kde \mathbf{E} je jednotková matice. (Rozmyslete si nejprve, jakých rozměrů jednotlivé matice musejí být.) Zformulujte a dokažte analogické tvrzení pro epimorfismy. Najděte příslušné matice pro mono- a epimorfismy s předchozího cvičení.

Řešení

1. nic, epi, mono, izo: $\begin{pmatrix} 9 & -6 & 7 \\ 6 & -4 & 5 \\ -16 & 11 & -13 \end{pmatrix}$ ■