

DMA Domáci úkol č. 1B

Tento úkol vypracujte po přednášce a před cvičením, na druhé straně je řešení.
Pokud vám něco není jasné, zeptejte se na cvičení nebo na konzultaci.

1. Najděte množinu všech přirozených čísel, která dělí číslo $a = 24$.
2. Najděte $\gcd(192, -264)$ a příslušnou Bezoutovu identitu rozšířeným Euklidovým algoritmem.

Řešení:

1. Množina je $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

2.

Typické řešení na jistotu (pro zkoušku).

a/b	A	B	q	
264	1	0		Odtud $\gcd(264, 192) = 24 = 3 \cdot 264 + (-4) \cdot 192$.
192	0	1	1	My ale chceme
72	1	-1	2	$\gcd(192, -264) = 24 = (-4) \cdot 192 + (-3) \cdot (-264)$.
48	-2	3	1	
24●	3●	-4●	2	
0				

Poznámka: Bezoutova identita není jediná, podle zvolených úprav lze mít i jiný výsledek, třeba $\gcd(192, -264) = 24 = 7 \cdot 192 + 5 \cdot (-264)$.

Brzy uvidíme, že možných vyjádření je nekonečně mnoho.

Verze pro prince Drsoně:

a/b	A	B	q
-264	0	1	
192	1	0	+1
-72	1	1	+3
-24	4	3	-3
0	-11	-8	
24●	-4●	-3●	

Všimněte si, že v tabulce jsme nezačali v pomocných sloupcích s jednotkovou maticí, ale jinou, aby se první pomocný sloupec vztahoval k 192, přesně jak to chceme ve výsledku:

$$\gcd(192, -264) = 24 = (-4) \cdot 192 + (-3) \cdot (-264).$$