

DMA Domáci úkol č. 2A

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 3.

1. Dokažte, že pro každé $a, b \in \mathbb{Z}$ platí: Jestliže $a \mid b$, pak $a \mid (-b)$.
2. Dokažte, že pro každé $a, b \in \mathbb{Z}$ platí: Jestliže $a \mid b$, pak $a \mid (a + b)$.

Zkouškový speciál výpočetní (doporučeno):

- a) Najděte $\gcd(192, -264)$ a příslušnou Bezoutovu identitu rozšířeným Euklidovým algoritmem.

Zkouškový speciál důkazový (pokročilejší mohou zkusit teď nebo před zkoukou):

- a) [rutinní] Nechť $a, b \in \mathbb{N}$. Dokažte, že $\gcd(a, b)$ dělí $\text{lcm}(a, b)$.

Nápověda: Stačí použít význam oněch dvou pojmů.

- b) [rutinní] Nechť $a, b \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{N}$. Dokažte, že $k \cdot \gcd(a, b)$ je společný dělitel čísel ak , bk .

- c) [náročnější] Určete, kdy přesně platí $\gcd(a, b) = \text{lcm}(a, b)$, a odpověď dokažte.

- d) [náročnější] Nechť $a, b \in \mathbb{N}$. Dokažte, že jestliže $a \mid b$, pak $\gcd(a, b) = a$.