

DMA Domáci úkol č. 2A

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 3.

1. Dokažte, že pro každé $a, b \in \mathbb{Z}$ platí: Jestliže $a \mid b$, pak $a \mid (-b)$.
2. Dokažte, že pro každé $a, b \in \mathbb{Z}$ platí: Jestliže $a \mid b$, pak $a \mid (a + b)$.

Řešení:

1. Uvažujme libovolné $a, b \in \mathbb{Z}$. Předpoklad: $a \mid b$. Pak existuje $k \in \mathbb{Z}$ aby $b = k \cdot a$. Odtud $-b = -ka = (-k) \cdot a$ a $-k \in \mathbb{Z}$, proto podle definice $a \mid (-b)$.
2. $a, b \in \mathbb{Z}$ libovolné. Předpoklad: $a \mid b$. Pak $b = ka$, $k \in \mathbb{Z}$. Přičtením a k oběma stranám dostaneme $a + b = a + ka = (1 + k)a$ a $1 + k \in \mathbb{Z}$, tedy $a \mid (a + b)$.