

DMA Domáci úkol č. 5A

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 6.

1.

a) Vyřešte lineární kongruenci $35x \equiv 14 \pmod{77}$.

b) Vyřešte rovnici $35x = 14$ v \mathbb{Z}_{77} .

2. Vyřešte soustavu $x \equiv 3 \pmod{5}$, $x \equiv 4 \pmod{4}$ a $x \equiv 5 \pmod{3}$.

Zkouškový speciál důkazový [náročnější]

(pokročilejší mohou zkusit teď nebo před zkouškou):

a) Nechť $a, b, n \in \mathbb{N}$, nechť $x_p \in \mathbb{N}$ je nějaké řešení rovnice $ax \equiv b \pmod{n}$. Dokažte, že jestliže je $x_0 \in \mathbb{N}$ také řešení $ax \equiv b \pmod{n}$, pak $x_0 = x_p + x_h$, kde x_h je nějaké řešení rovnice $ax \equiv 0 \pmod{n}$.

b) Nechť $a, b, n \in \mathbb{N}$. Dokažte, že rovnice $ax \equiv b \pmod{n}$ má řešení v \mathbb{Z} právě tehdy, když $\gcd(a, n)$ dělí b .