

DMA Domáci úkol č. 6B

Tento úkol vypracujte po přednášce a před cvičením, na druhé straně je řešení.
Pokud vám něco není jasné, zeptejte se na cvičení nebo na konzultaci.

1. Uvažujte následující relace na \mathbb{N} :

$a\mathcal{R}b$ právě tehdy, když $a < b$;

$a\mathcal{S}b$ právě tehdy, když a dělí b a $a \neq b$.

Rozhodněte, zda složená relace $\mathcal{S} \circ \mathcal{R}$ (pozor, nejprve \mathcal{R} , pak \mathcal{S}) obsahuje dvojici $(3, 20)$ a dvojici $(3, 7)$.
Odpovědi zdůvodněte.

2. Uvažujte množinu $A = \{1, 2, 3, 4\}$ uspořádanou relací \geq .

Najděte její nejmenší a největší prvek.

Řešení:

1. Aby byla nějaká dvojice (x, z) v relaci $\mathcal{S} \circ \mathcal{R}$, tak se musí najít číslo y takové, že $x\mathcal{R}y$ a $y\mathcal{S}z$ (neboli zkráceně $x\mathcal{R}y\mathcal{S}z$). Co to znamená? Musí být splněno $x < y$ a y dělí z a $y \neq z$.

$(3, 20)$: Hledáme y splňující $3 < y$, y dělí 20 a $y \neq 20$. Vyhovují $y = 4$, $y = 5$ a $y = 10$, ale stačilo by i jedno. Víme tedy, že $(3, 20) \in \mathcal{S} \circ \mathcal{R}$.

Symbolicky: Pokud použiji $y = 5$, tak mám řetězec $3 \xrightarrow{\mathcal{R}} 5 \xrightarrow{\mathcal{S}} 20$, proto $3 \xrightarrow{\mathcal{S} \circ \mathcal{R}} 20$.

$(3, 7)$: Hledáme y splňující $3 < y$, y dělí 7 a $y \neq 7$. Pak musí být $4 \leq y \leq 6$ a mezi těmito čísly žádné nedělí 7. Proto neexistuje y , jaké potřebujeme, a $(3, 7) \notin \mathcal{S} \circ \mathcal{R}$.

2. Tohle je chyták.

Nejmenší prvek m splňuje $m\mathcal{R}x$ pro všechna $a \in A$ neboli $m \geq x$ pro všechna $a \in A$.

Takže nejmenší prvek A je 4 a největší je 1.