

## DMA Domáci úkol č. 8B

Tento úkol vypracujte po přednášce a před cvičením, na druhé straně je řešení.  
Pokud vám něco není jasné, zeptejte se na cvičení nebo na konzultaci.

1. Uvažujte funkci zadanou induktivně těmito pravidly:

(0)  $f(1) = 1, f(2) = 2.$

(1)  $f(n + 1) = 2f(n) - f(n - 1)$  pro  $n \geq 2.$

Spočítejte několik prvních hodnot této funkce, tedy  $f(1), f(2), f(3), f(4), \dots$  a to tolik, abyste uměli tipnout explicitní vzorec pro  $f(n), n \in \mathbb{N}$ . No a pak si tipněte.

2. Napište induktivní definici množiny všech kladných lichých čísel.

**Řešení:**

1. Máme:

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 2$$

$$f(3) = 2f(2) - f(1) = 2 \cdot 2 - 1 = 3$$

$$f(4) = 2f(3) - f(2) = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

$$f(5) = 2f(4) - f(3) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

Člověk by skoro řekl, že  $f(n) = n$ .

2. Nejjednodušší je toto:

$$(0) 1 \in M.$$

$$(1) n \in M \implies n + 2 \in M.$$