

## DMA Domáci úkol č. 9A

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 10.

**1.** Uvažujte funkci zadanou  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$  a  $f(n+1) = f(n) + 2f(n-1)$  pro  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Spočítejte několik prvních hodnot této funkce a odhadněte obecný vzorec pro  $f(n)$

b) Dokažte indukci, že váš odhadnutý vzorec je správně.

**2.** Uvažujte funkci zadanou  $f(1) = 0$  a  $f(n+1) = f(n) + n$  pro  $n \in \mathbb{N}$ .

Dokažte indukci, že takto zadaná funkce splňuje nerovnost  $f(n) \leq n^2$  pro  $n \in \mathbb{N}$ .

Zkouškový speciál důkazový (pokročilejší mohou zkusit teď nebo před zkouškou):

a) Nechť  $\mathcal{R}$  je relace na  $A$ . Dokažte:

Je-li  $\mathcal{R}$  antisymetrická, tak je i  $\mathcal{R}^{-1}$  antisymetrická.

Použijte strukturu důkazu, kdy je závěr brán jako cesta.

Další viz písemkový speciál v DÚ10A, tvrzení s podmnožinou a inverzní relací.