

### DMA Domáci úkol č. 11B

Tento úkol vypracujte po přednášce a před cvičením, na druhé straně je řešení.  
Pokud vám něco není jasné, zeptejte se na cvičení nebo na konzultaci.

1. Dokažte, že posloupnost  $(2^n + n)_{n=1}^{\infty}$  řeší rovnici  $a_{n+1} - 2a_n = 1 - n$ ,  $n \geq 1$  a splňuje počáteční podmínku  $a_1 = 3$ .
2. Najděte obecné řešení rovnice  $a_{n+1} - 2a_n = 0$ ,  $n \geq 2$ .

**Řešení:**

1. Stačí dosadit navrhované  $a_n$  do rovnice, nejlépe začít levou stranou:

$$\begin{aligned} a_{n+1} - 2a_n &= (2^{n+1} + (n+1)) - 2(2^n + n) \\ &= 2^{n+1} + n + 1 - 2^{n+1} - 2n = 1 - n \text{ pro } n \geq 1. \end{aligned}$$

Počáteční podmínky:  $a_1 = 2^1 + 1 = 3$  souhlasí.

2. Charakteristická rovnice  $\lambda - 2 = 0$ , odtud charakteristické číslo  $\lambda = 2$ , proto obecné řešení  $(2^n u)_{n=2}^\infty$ .