

DMA Přednáška – Kombinatorika

	bez opakování	s opakováním
s pořadím (variace)	$\frac{n!}{(n-k)!}$	n^k
bez pořadí (kombinace)	$\binom{n}{k}$	$\binom{n+k-1}{k}$

Věta. (Princip inkluze a exkluze)

Jsou-li A_i pro $i = 1, 2, \dots, n$ konečné množiny, pak

$$\begin{aligned} \left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| &= \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{i < j} |A_i \cap A_j| + \sum_{i < j < k} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \dots + (-1)^{n-1} \left| \bigcap_{i=1}^n A_i \right| \\ &= \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|. \end{aligned}$$

Dirichletův šuplíkový princip

- Jestliže je alespoň $k + 1$ objektů rozděleno do k krabiček, tak musí být krabička obsahující alespoň dva objekty.
- Nechť A, B jsou konečné množiny. Jestliže $|A| > |B|$, pak pro každé zobrazení $T: A \mapsto B$ existuje $b \in B$ takové, že $|T^{-1}[\{b\}]| > 1$.
- Nechť $c, k \in \mathbb{N}$. Je-li alespoň $ck + 1$ objektů umístěno do k krabiček, pak existuje krabička, která má více než c objektů.
- Je-li N objektů umístěno do k krabiček, pak existuje krabička, která má alespoň $\lceil \frac{N}{k} \rceil$ objektů.