

## DMA Přednáška – Kombinatorika

	bez opakování	s opakováním
s pořadím (variace)	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$n^k$
bez pořadí (kombinace)	$\binom{n}{k}$	$\binom{n+k-1}{k}$

princip doplňku:  $|M| = \text{total} - |M^c|$ .

princip násobící pro nezávislé etapy:  $|M| = |E_1| \cdot |E_2| \cdots$ .

princip sčítací:  $|A \cup B| = |A| \cup |B|$  pro  $A, B$  disjunktní

**Věta.** (Princip inkluze a exkluze)

Jsou-li  $A_i$  pro  $i = 1, 2, \dots, n$  konečné množiny, pak

$$\begin{aligned} \left| \bigcup_{i=1}^n A_i \right| &= \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{i<j} |A_i \cap A_j| + \sum_{i<j<k} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots + (-1)^{n-1} \left| \bigcap_{i=1}^n A_i \right| \\ &= \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}|. \end{aligned}$$

**Dirichletův šuplíkový princip**

- Jestliže je alespoň  $k + 1$  objektů rozděleno do  $k$  krabiček, tak musí být krabička obsahující alespoň dva objekty.
- Nechť  $A, B$  jsou konečné množiny. Jestliže  $|A| > |B|$ , pak pro každé zobrazení  $T: A \mapsto B$  existuje  $b \in B$  takové, že  $|T^{-1}[\{b\}]| > 1$ .
- Nechť  $c, k \in \mathbb{N}$ . Je-li alespoň  $ck + 1$  objektů umístěno do  $k$  krabiček, pak existuje krabička, která má více než  $c$  objektů.
- Je-li  $N$  objektů umístěno do  $k$  krabiček, pak existuje krabička, která má alespoň  $\lceil \frac{N}{k} \rceil$  objektů.