

DRN Domáci úkol č. 03 – řešení

$$1. f'(1) \sim \frac{(a+h)^4 - a^4}{h} = \frac{1.01^4 - 1^4}{0.01} = 4.060401.$$

Víme $[x^4]'(1) = 4$. $E_x = x - \hat{x} = -0.060401$, $\varepsilon_x = \frac{|E_x|}{x} = \frac{0.060401}{4} = 0.0151\dots$

Podle relativní chyby můžeme odhadnout, že jedna cifra našeho odhadu je správně, což odpovídá, protože zaokrouhleně jsme odhadli $f'(1) \approx 4.1$.

$$2. h = \frac{2-0}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Levé obdélníky: } \int_0^2 \sin(x) dx \approx \frac{1}{2} [\sin(0) + \sin(0.5) + \sin(1) + \sin(1.5)].$$

$$\text{Pravé obdélníky: } \int_0^2 \sin(x) dx \approx \frac{1}{2} [\sin(0.5) + \sin(1) + \sin(1.5) + \sin(2)].$$

$$\text{Lichoběžníky: } \int_0^2 \sin(x) dx \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} [\sin(0) + 2\sin(0.5) + 2\sin(1) + 2\sin(1.5) + \sin(2)].$$

Bonusové odpovědi: Obdélníkové metody jsou řádu 1, lichoběžníková je řádu 2.

Metoda je řádu p , jestliže $|E_h| \leq ch^p$, kde E_h je globální chyba přibližného řešení získaného s (rozumně malým) krokem h . Pro upřesnění, konstanta c není univerzální, závisí na příkladu, který řešíme, ale ne na h .