DRN Domácí úkol č. 4

Tento úkol vypracujte a přineste na páté cvičení.

1. Uvažujte počáteční úlohu $y' = \frac{y}{2x}$, $y(1) = 1$. Její řešení budeme chtít aproximovat na intervalu $\langle 1, 6\rangle$ pomocí Eulerovy metody.
a) Napište obecné iterační vzorce pro x_i, y_i v situaci, kdy je dáno nějaké (nám neznámé) $n \in \mathbb{N}$; tím si natrénujete odpověď na zkouškovou otázku „vysvětli Eulerovu metodu" (můžete také zkusit nakreslit vysvětlující obrázek).
b) Vzorce aplikujte na danou úlohu a interval pro $n = 5$ a odvoďte konkrétní iterační vzorce.
c) Pomocí vzorců najděte první tři body žádané aproximace (včetně počátečního).

Poznámka: Jako přípravu a zkoušku můžete nakreslit obrázek vysvětlující, co vlastně počítáte neboli jak Eulerova metoda funguje. Pak si můžete rozmyslet, jestli jste z obrázku schopni vymyslet, jak vypadají obecné vzorce pro tuto metodu. Jakého je řádu? Co to znamená?

2. Řešili jsme jistou počáteční úlohou metodou RK2 (tedy řádu 2) s krokem $h = 0.5$. Máme důvod si myslet, že chyba je nejvýše $E_{0.5} = 0.01$.
a) Odhadněte chybu v případě, že tuto metodu aplikujeme s krokem $h = 0.1$.
b) Jaký krok byste doporučili, pokud chceme mít chybu nejvýše $E = 0.0025$?

Mimochodem, poslední dva týdny máme úkoly z numeriky. Všimli jste si, že všechny šly spočítat bez kalkulačky? Já raději vidím, jak studenti přemýšlejí, než aby zkusmo cpali čísla do přístroje. Kalkulačku nebudete potřebovat ani u zkoušky (ale zakázaná není).

Bonus: Kdo se chce hrát s numerickým řešením ODR, může použít Maple worksheet, který je pro tento týden k dispozici na stránkách předmětu.