

DRN Domáci úkol č. 04 – řešení

1. b) a) Třeba takto: $h = \frac{b-a}{n}$.

(0) x_0, y_0 dáno z poč. podm.;

(1) $x_{i+1} = x_i + h, y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$ pro $i = 0, \dots, n-1$.

b) Pro $\langle 1, 6 \rangle$ a $n = 5$ vyjde $h = 1$, proto

(0) $x_0 = 1, y_0 = 1$,

(1) $x_{i+1} = x_i + 1, y_{i+1} = y_i + \frac{y_i}{2x_i}$.

c) $(1, 1), (2, \frac{3}{2}), (3, \frac{15}{8})$ neboli $(1, 1), (2, 1.5), (3, 1.875)$.

2. a) Zmenšení kroku pětkrát by u metody řádu 2 mělo snížit chybu přibližně 5^2 krát. Tedy odhad chyby je

$$E_{0.1} = \frac{1}{5^2} E_{0.5} = \frac{0.01}{25} = \frac{0.04}{100} = 0.0004.$$

b) Zmenšení kroku a -krát znamená zmenšení chyby a^2 krát pro metodu řádu 2. My chceme zmenšit chybu kolikrát? $\frac{E_{0.5}}{E} = \frac{0.01}{0.0025} = \frac{0.04}{0.01} = 4 = 2^2$.

Chceme-li zmenšit chybu 2^2 krát, stačí zmenšit krok dvakrát, tedy doporučíme krok $h = \frac{1}{2}0.5 = 0.25$.

Pro jistotu bychom asi vzali 0.2.

Jiné úvahy jsou také možné, například: Ze známé chyby $0.01 = c(0.5)^2$, odtud $c = \frac{0.01}{0.25} = 0.04$. Chceme $0.0025 = ch^2 = 0.04h^2$, odtud $h^2 = \frac{0.0025}{0.04} = \frac{1}{100} \frac{25}{4}$, odtud

$$h = \sqrt{\frac{1}{100} \frac{25}{4}} = \frac{1}{10} \frac{5}{2} = 0.25.$$

Samozřejmě kdo má kalkulačku, nemusí si takhle hrát a prostě tam ta čísla nasype.