DRN Domácí úkol č. 5

Tento úkol vypracujte a přineste na šesté cvičení.

1. Najděte řešení počáteční úlohy $y'' + 2y' = 0, \quad y(0) = 12,\ y'(0) = 2.$

2. Najděte obecné řešení rovnice $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = 0$
a určete jeho typickou asymptotickou rychlost růstu v nekonečnu.
Nápověda: $\lambda = 2$ může pomoci.

Řešení

1. $\lambda^2 + 2\lambda = \lambda(\lambda + 2) = 0 \implies \lambda = 0, -2.$
Obecné řešení $y(x) = a + b\,e^{-2x},\ x \in \mathbb{R}.$
Partikulární řešení: $y(x) = 13 - e^{-2x},\ x \in \mathbb{R}.$

2. $\lambda^3 - 2\lambda^2 + 4\lambda - 8 = (\lambda - 2)(\lambda^2 + 4) = 0 \implies \lambda = 2, \pm 2i.$
Obecné řešení $y(x) = a\,e^{2x} + b\,\cos(2x) + c\sin(2x),\ x \in \mathbb{R}.$
$y(x) \sim a\,e^{2x}$ pro $x \sim \infty.$