

DRN Domáci úkol č. 06 – řešení

1. 1) Obecné řešení:

a) Hom: $\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0 \implies \lambda = 2, 3$, $y_h(x) = a e^{2x} + b e^{3x}$, $x \in \mathbb{R}$.

b) Odhad: dva typy.

e^{3x} : základ $A e^{3x}$; $\lambda = 3$, překryv násobnosti $m = 1$, proto korekce, $A x e^{3x}$.

$12x - 4$: základ $Bx + C$; $\lambda = 0$, bez překryvu, proto bez korekce.

$y_p(x) = A x e^{3x} + Bx + C$, po dosazení

$$A e^{3x} + 6Bx + [-5B + 6C] = e^{3x} + 12x - 4,$$

$A = 1$, $B = 2$, $C = 1$, obecné řešení je

$$y(x) = x e^{3x} + 2x + 1 + a e^{2x} + b e^{3x}, x \in \mathbb{R}.$$

2) Poč. podmínky: $y(x) = x e^{3x} + 2x + 1 + e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$.

2. 1) Obecné řešení:

a) Hom: $\lambda^3 + 9\lambda = 0 \implies \lambda(\lambda^2 + 9) = 0 \implies \lambda = 0, \pm 3i$.

$\lambda = 0 \pm 3i$, $y_h(x) = a + b \cos(3x) + c \sin(3x)$, $x \in \mathbb{R}$.

b) Odhad: dva typy.

$8 \cos(x)$: základ $A \cos(x) + B \sin(x)$; $\lambda = i$, bez překryvu, proto bez korekce.

-9 : základ C ; $\lambda = 0$, překryv násobnosti $m = 1$, proto korekce, Cx .

$y_p(x) = A \cos(x) + B \sin(x) + Cx$, po dosazení

$$8B \cos(x) - 8A \sin(x) + 9C = 8 \cos(x) - 9,$$

$A = 0$, $B = 1$, $C = -1$, obecné řešení je

$$y(x) = \sin(x) - x + a + b \cos(3x) + c \sin(3x), x \in \mathbb{R}.$$

2) Poč. podmínky: $y(x) = \sin(x) - x + 13$, $x \in \mathbb{R}$.