DRN Domácí úkol č. 11

Tento úkol vypracujte a přineste na dvanácté cvičení.

1. Uvažujte následující soustavu

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 7 \\ x - y &= 2 \\ -4x + 2y &= -6. \end{aligned}$$

a) Vyřešete tuto soustavu eliminací tak, jak se používá v numerické matematice, tedy nejprve GEM a pak zpětná substituce.
V průběhu eliminace si zapisujte, které řádkové operace jste provedli. Formát zápisu je na vás, ale měli byste se v něm vyznat.

b) Určete determinant matice soustavy pomocí výsledné trojúhelníkové matice.

c) Je dána nová soustava

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 4 \\ x - y &= 1 \\ -4x + 2y &= -4, \end{aligned}$$

která má úžasnou shodou okolností stejné levé strany jako ta předchozí. Aplikujte řádkové operace zachycené v části a) jen na vektor pravých stran, výsledný vektor spojte s horní trojúhelníkovou maticí soustavy získanou z eliminace z části a) a dopočítejte zpětnou substitucí řešení. Ověřte dosazením do soustavy, že to opravdu je řešení nové soustavy.

2. Uvažujte matici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.
Najděte její vlastní čísla a spektrální poloměr. Spočítejte její řádkovou a sloupcovou normu.

Bonus: Kdo se chce hrát s řešením soustav, může použít Maple worksheet, který je pro tento týden k dispozici na stránkách předmětu.