

## 2 Cvičení 2

**2.1** Napište následující relaci „být dělitelem“ na množině  $A = \{2, 4, 5, 8, 45, 60\}$  jako množinu uspořádaných dvojic.

**2.2** Je dána relace  $R$  na uzavřeném intervalu  $\langle 0, 4 \rangle$  předpisem

$$x R y \text{ právě tehdy, když } x^2 + y^2 + 7 \leq 4x + 4y.$$

Rozhodněte, zda platí 2 ( $R \circ R$ ) 2 a zda platí 0 ( $R^{-1} \circ R$ ) 3.

**2.3** Je dána relace  $R$  na uzavřeném intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$  předpisem

$$x R y \text{ právě tehdy, když } y = 2 \left| x - \frac{1}{2} \right|.$$

Nakreslete do roviny (jako množinu dvojic) relace  $R$ ,  $R^{-1}$  a  $R \circ R^{-1}$ .

**2.4** Je dána relace  $S$  na uzavřeném intervalu  $\langle -2, 2 \rangle$  předpisem

$$x S y \text{ právě tehdy, když } x(x + y) \leq y(1 - x).$$

1. Rozhodněte, zda platí 0 ( $S \circ S$ ) 2.

2. Rozhodněte, zda platí  $-1$  ( $S^{-1} \circ S$ ) 0.

**2.5** Je dána relace  $S$  na uzavřeném intervalu  $\langle -1, 4 \rangle$  předpisem

$$x S y \text{ if and only if } x^2 + xy \leq 2x + y + 1.$$

1. Rozhodněte, zda platí 2 ( $S \circ S$ ) 3.

2. Rozhodněte, zda platí  $-1$  ( $S^{-1} \circ S$ ) 4.

**2.6** Určete vlastnosti následujících relací na množině  $A$ :

1.  $A$  je množina celých čísel a  $i R j$  právě tehdy, když  $|i - j| = 1$ .

2.  $A$  je množina celých čísel a  $i R j$  právě tehdy, když  $|i - j| \leq n$  pro dané kladné celé číslo  $n$ .

**2.7** Které vlastnosti mají následující relace na množině přirozených čísel?

1.  $m R n$  právě tehdy, když  $m + n \geq 50$ .

2.  $m R n$  právě tehdy, když  $m + n$  je dělitelné 3.

3.  $m R n$  právě tehdy, když  $m = n^k$  pro nějaké přirozené číslo  $k$ .

**2.8** V následujících příkladech je  $S$  relace na množině  $A$  a  $x, y$  jsou prvky množiny  $A$ . Rozhodněte, zda relace  $S$  je reflexivní, nebo symetrická, nebo antisymetrická, nebo tranzitivní. Jedná se o relaci ekvivalence, nebo o uspořádání?

1.  $A$  je množina všech komplexních čísel,  $x S y$  právě tehdy, když  $|x| = |y|$ .

2.  $A$  je množina všech komplexních čísel,  $x S y$  právě tehdy, když  $|x| < |y|$ .

3.  $A$  je množina všech reálných čísel,  $x S y$  právě tehdy, když  $x - y$  je racionální číslo.

4.  $A$  je množina všech podmnožin množiny  $U$ , dvě podmnožiny  $U$  jsou v relaci  $S$  právě tehdy, když mají stejnou mohutnost.