

## JAG Cvičení 4

### Úlohy, které budou řešeny na cvičení

#### 4.1 Příklad

Pro dané NFA sestrojte podmnožinovou konstrukcí DFA a výsledek redukujte.

$$M_1 :$$

	$a$	$b$	$c$
$\leftrightarrow 1$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{1\}$
$\leftarrow 2$	$\{1\}$	$\{3\}$	$\{1\}$
$\leftarrow 3$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Všimněte si, že v automatu  $M_1$  jsou všechny stavy koncové. Co z toho lze usoudit o jazyku, který je automatem přijímán?

#### 4.2 Příklad

NFA  $M$  je dán tabulkou, viz. níže. Nakreslete jeho stavový diagram a podmnožinovou konstrukcí sestrojte DFA, který přijímá stejný jazyk. DFA zredukujte.

$$M :$$

	0	1
$\rightarrow 1$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$
2	$\emptyset$	$\{3\}$
3	$\{4\}$	$\{4\}$
$\leftarrow 4$	$\{4\}$	$\{4\}$

#### 4.3 Příklad

Navrhněte NFA přijímající jazyk  $L = L_1 \cup L_2$ , kde  $L_1 = L(M)$ , kde  $M$  je automat z 4.2, a  $L_2 = \{u \mid u \text{ končí } 1\}$ . K tomuto NFA zkonstruujte DFA přijímající stejný jazyk. DFA redukujte.

#### 4.4 Příklad

Jsou dány dva  $\varepsilon$ -NFA. Rozhodněte, zda přijímají stejný jazyk. Pro oba  $\varepsilon$ -NFA sestrojte redukované DFA.

$M_1 :$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>\varepsilon</math></th> <th><math>a</math></th> <th><math>b</math></th> <th><math>c</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\rightarrow p</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\{p\}</math></td> <td><math>\{q\}</math></td> <td><math>\{r\}</math></td> </tr> <tr> <td><math>q</math></td> <td><math>\{p\}</math></td> <td><math>\{q\}</math></td> <td><math>\{r\}</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> </tr> <tr> <td><math>\leftarrow r</math></td> <td><math>\{q\}</math></td> <td><math>\{r\}</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\{p\}</math></td> </tr> </tbody> </table>		$\varepsilon$	$a$	$b$	$c$	$\rightarrow p$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	$q$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$	$\leftarrow r$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$	$\{p\}$	$M_2 :$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th><math>\varepsilon</math></th> <th><math>a</math></th> <th><math>b</math></th> <th><math>c</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\rightarrow p</math></td> <td><math>\{q, r\}</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\{q\}</math></td> <td><math>\{r\}</math></td> </tr> <tr> <td><math>q</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\{p\}</math></td> <td><math>\{q\}</math></td> <td><math>\{p, q\}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\leftarrow r</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> <td><math>\emptyset</math></td> </tr> </tbody> </table>		$\varepsilon$	$a$	$b$	$c$	$\rightarrow p$	$\{q, r\}$	$\emptyset$	$\{q\}$	$\{r\}$	$q$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{p, q\}$	$\leftarrow r$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
	$\varepsilon$	$a$	$b$	$c$																																					
$\rightarrow p$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$																																					
$q$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$																																					
$\leftarrow r$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$	$\{p\}$																																					
	$\varepsilon$	$a$	$b$	$c$																																					
$\rightarrow p$	$\{q, r\}$	$\emptyset$	$\{q\}$	$\{r\}$																																					
$q$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{p, q\}$																																					
$\leftarrow r$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$																																					

#### 4.5 Příklad

Je dán  $\varepsilon$ -NFA následující tabulkou:

$$M :$$

	$\varepsilon$	$a$	$b$
$\leftrightarrow 1$	$\emptyset$	$\{2\}$	$\emptyset$
2	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{3\}$
3	$\{1, 4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\leftrightarrow 4$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{5\}$
5	$\{1, 4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

Zkonstruuje redukovaný DFA přijímající stejný jazyk jako  $M$ .

## Úlohy na procvičení pro pondělní cvičení, jinak obsah cvičení v 6. týdnu

### 4.6 Příklad

Navrhněte NFA, který přijímá jazyk  $L$  nad abecedou  $\{a, b\}$ , kde  $L$  obsahuje právě všechna slova  $w$  taková, že

- druhý znak slova  $w$  je  $a$ ,
- předposlední znak slova  $w$  je  $b$ .

K danému NFA (není-li již DFA) sestrojte podmnožinovou konstrukcí DFA přijímající stejný jazyk. Výsledný DFA redukuje.

### 4.7 Příklad

Je dán jazyk  $L$  nad abecedou  $\{a, b\}$  takto:

$$L = \{w \mid w = ubabv, u, v \in \{a, b\}^*\},$$

tj.  $L$  se skládá ze všech slov, které obsahují slovo  $bab$  jako podslovo. Zkonstruuje nejprve NFA  $N$ , který přijímá  $L$ . Podmnožinovou konstrukcí k  $N$  zkonstruuje DFA a ten pak zredukuje.

### 4.8 Příklad

Zjistěte, jaký je minimální počet stavů DFA, který přijímá jazyk  $L_n = \{u1v \mid |v| = n-1\}$  nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Zdůvodněte. Jak by se změnil výsledek, kdyby bylo  $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ ?

### 4.9 Příklad

Dokažte nebo vyvráťte toto tvrzení (pumping lemma pro doplněk):

Pro každý regulární jazyk  $L$  nad abecedou  $\Sigma$  (tj. jazyk, který je přijímán nějakým DFA) existuje přirozené číslo  $n$  s touto vlastností:

Každé slovo  $u \notin L$ , které je delší než  $n$  (tj.  $|u| > n$ ) lze rozdělit na tři slova  $u = xwy$  tak, že

1.  $|xw| \leq n$ ,
2.  $w \neq \epsilon$ ,
3. pro každé přirozené číslo  $i = 0, 1, \dots$  platí  $xw^i y \notin L$ .