

Úlohy, které budou řešeny na cvičení

5.1 Příklad

Dokažte že pro libovolné jazyky L_1 a L_2 nad stejnou abecedou platí $(L_1 \cup L_2)^* = (L_1^* L_2^*)^*$.

5.2 Příklad

Napište regulární výraz, který reprezentuje jazyk L nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$ (jestliže takový regulární výraz existuje), kde

- L se skládá ze všech slov, které obsahují pouze 0.
- L se skládá ze všech slov, které obsahují právě (přesně) jednu 1.
- L se skládá ze všech slov, které obsahují alespoň jednu 1.
- L se skládá ze všech slov, které obsahují alespoň dvě 1.
- L se skládá ze všech slov, které obsahují sudý počet 1.
- L se skládá ze všech slov, které obsahují lichý počet 1.

Odpovědi zdůvodněte.

5.3 Příklad

Jazyk L_1 je reprezentován regulárním výrazem $\mathbf{r}_1 = \mathbf{0^*1^*0^*1^*0^*}$ a jazyk L_2 je reprezentován regulárním výrazem $\mathbf{r}_2 = (\mathbf{01} + \mathbf{10})^*$.

- Najděte nejkratší neprázdné slovo, které patří do průniku $L_1 \cap L_2$.
- Najděte nejdelší neprázdné slovo, které patří do průniku $L_1 \cap L_2$.
- Najděte nejkratší slovo, které leží v L_1 , ale neleží v L_2 .
- Najděte nejkratší slovo, které neleží ve sjednocení $L_1 \cup L_2$.

Odpovědi zdůvodněte.

5.4 Příklad

Je dán regulární výraz $\mathbf{r} = (\mathbf{baa} + \mathbf{bab})^*(\mathbf{ab})^*$. K \mathbf{r} zkonstruujte redukovaný DFA, který přijímá jazyk reprezentovaný tímto regulárním výrazem.

(Návod: Postupujte dvěma způsoby; jednak obecným postupem z přednášky, jednak rozdělením na podvýrazy, pro které je možné najít NFA přímo a pak použitím konstrukcí z důkazů faktu, že třída regulárních jazyků je uzavřena na sjednocení, zřetězení a Kleeneho operátor.)

5.5 Příklad

Je dán jazyk L nad $\Sigma = \{0, 1\}$, kde

$$L = \{w \mid w \text{ neobsahuje } 11 \text{ jako podslovo}\}.$$

Navrhněte redukovaný DFA M , který přijímá L .

Pro jazyk L najděte regulární výraz, který ho reprezentuje. (Použijte úpravy grafu z přednášky.)

Samostatná práce

5.6 Příklad

Pro daný NFA sestrojte podmnožinovou konstrukcí DFA a výsledek redukuje.

$$M_2 :$$

| | a | b |
|---------------------|-------------|-------------|
| $\leftrightarrow A$ | $\{A, C\}$ | $\{B\}$ |
| B | \emptyset | $\{B, D\}$ |
| $\leftarrow C$ | \emptyset | \emptyset |
| $\rightarrow D$ | $\{A\}$ | $\{C, D\}$ |

1. Nakreslete stavový diagram tohoto NFA.
2. Podmnožinovou konstrukcí zkonstruujte příslušný DFA.
3. K DFA z bodu b) sestrojte redukovaný DFA a nakreslete jeho stavový diagram.

5.7 Příklad

Je dán nedeterministický automat s ε přechody tabulkou

| | ε | a | b |
|-----------------|---------------|-------------|-------------|
| $\rightarrow 1$ | \emptyset | \emptyset | $\{4\}$ |
| $\rightarrow 2$ | \emptyset | $\{5\}$ | $\{1, 4\}$ |
| 3 | $\{4\}$ | \emptyset | $\{6\}$ |
| $\leftarrow 4$ | $\{6\}$ | $\{2, 3\}$ | $\{6\}$ |
| 5 | \emptyset | \emptyset | $\{3, 6\}$ |
| $\leftarrow 6$ | \emptyset | $\{5\}$ | \emptyset |

1. Nakreslete stavový diagram tohoto NFA.
2. Podmnožinovou konstrukcí zkonstruujte příslušný DFA.
3. K DFA z bodu b) sestrojte redukovaný DFA a nakreslete jeho stavový diagram.

Úlohy na procvičení

5.8 Příklad

Zjednodušte následující regulární výrazy:

1. $\varepsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1} + (\varepsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1})(\varepsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1})^*(\varepsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1})$.
2. $\mathbf{1}^* + \mathbf{1}^*\mathbf{0}(\varepsilon + \mathbf{0} + \mathbf{1})^*\emptyset$.

5.9 Příklad

Navrhněte redukovaný DFA M , který přijímá jazyk L nad $\Sigma = \{0, 1\}$, kde

$$L = \{w \mid |w|_0 \text{ je sudé a za každým symbolem } 1 \text{ je symbol } 0\}.$$

Postupujte buď součinovou konstrukcí nebo přímo. V druhém případě řádně zdůvodněte, proč M opravdu přijímá jazyk L .

5.10 Příklad

Navrhněte redukovaný DFA M , který přijímá jazyk L nad $\Sigma = \{0, 1\}$, kde

$$L = \{w \mid w \text{ začíná } 10 \text{ nebo končí } 01\}.$$

Zdůvodněte, proč M přijímá jazyk L .