

# Ukázka písemného testu z B4B01JAG

Příklad	Body
1	
2	
3	
4	
$\Sigma$	

Odpovídejte celou větou (na každou otázku) a každé své tvrzení zdůvodněte.

1. [MAX. ZISK: 25 BODŮ] Uvažujme abecedu  $\Sigma = \{a, b\}$ . Jazyk  $L_1$  nad  $\Sigma$  se skládá ze všech slov, která obsahují podslovo  $aba$  a neobsahují podslovo  $aa$ . Jazyk  $L_2$  je přijímán  $\varepsilon$ -NFA daným tabulkou:

		$\varepsilon$	$a$	$b$
$\rightarrow$	1	{2}	$\emptyset$	$\emptyset$
	2	$\emptyset$	{3}	{2}
	3	{4}	$\emptyset$	{1}
$\rightarrow$	4	$\emptyset$	{5}	{4}
$\leftarrow$	5	$\emptyset$	{5}	$\emptyset$

- (a) [MAX. ZISK: 9 BODŮ] Sestrojte konečný redukovaný deterministický automat  $M_1$ , který přijímá jazyk  $L_1$ . Fakt, že  $M_1$  přijímá  $L_1$ , zdůvodněte.
- (b) [MAX. ZISK: 8 BODŮ] Sestrojte konečný redukovaný deterministický automat  $M_2$ , který přijímá jazyk  $L_2$ . Zdůvodněte.
- (c) [MAX. ZISK: 4 BODY] Napište regulární výrazy  $\mathbf{r}_1$  a  $\mathbf{r}_2$ , které reprezentují jazyky  $L_1$  a  $L_2$ .
- (d) [MAX. ZISK: 4 BODY] Rozhodněte, zda platí  $\overline{L_1} \subseteq L_2$  a / nebo  $l_2 \subseteq \overline{L_1}$  ( $\overline{L_1}$  je doplněk jazyka  $L_1$ ).
2. [MAX. ZISK: 23 BODŮ] Je dána bezkontextová gramatika  $\mathcal{G} = (N, \Sigma, S, P)$ , kde  $N = \{S, A, B, C, D\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  a  $P$  je dáno

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow ADA \mid CB \\
 A &\rightarrow ACD \mid BaD \mid aD \\
 B &\rightarrow CAB \mid DB \\
 C &\rightarrow CS \mid b \mid \varepsilon \\
 D &\rightarrow aA \mid bB \mid CC
 \end{aligned}$$

- (a) [MAX. ZISK: 4 BODY] Ke gramatice  $\mathcal{G}$  najděte nevypouštěcí redukovanou gramatiku  $\mathcal{G}_1$ . Kroky redukce popište.
- (b) [MAX. ZISK: 5 BODŮ] Ke gramatice  $\mathcal{G}_\infty$  najděte gramatiku  $\mathcal{G}_2$  v Chomského normálním tvaru, která generuje stejný jazyk jako gramatika  $\mathcal{G}_\infty$ . Jednotlivé kroky popište, gramatiku v Chomského normálním tvaru definujte.
- (c) [MAX. ZISK: 8 BODŮ] Pomocí matematické indukce dokažte, že v gramatice  $\mathcal{G}$  platí  $A \Rightarrow_{\mathcal{G}}^* (aba)^i A$  pro každé  $i \geq 0$ . Toho využijte k důkazu, že slovo  $(aba)^i ab(aba)^j a$  je generováno gramatikou  $\mathcal{G}$  pro každé  $i, j \geq 0$ . (V odvozeních vždy uveďte pravidlo gramatiky, které jste využili.)
- (d) [MAX. ZISK: 6 BODŮ] V gramatice  $\mathcal{G}$  odstraňte (přímou) levou rekursi. Postup popište.
3. [MAX. ZISK: 17 BODŮ] Je dán jazyk  $L = \{(01)^j 1^i 0^{i+j} ; 0 \leq i, 0 < j\}$  nad abecedou  $\Sigma = \{0, 1\}$ .
- (a) [MAX. ZISK: 6 BODŮ] Sestrojte zásobníkový automat  $A_1$ , který přijímá jazyk  $L$  prázdným zásobníkem. Zdůvodněte.
- (b) [MAX. ZISK: 5 BODŮ] Sestrojte zásobníkový automat  $A_2$ , který přijímá jazyk  $L$  koncovým stavem. Zdůvodněte.
- (c) [MAX. ZISK: 6 BODŮ] Ukažte práci zásobníkového automatu  $A_2$  nad slovem 011100 a slovem 010100.
4. [MAX. ZISK: 10 BODŮ] Je dán jazyk  $L = \{a^n b^m c^k \mid n = m \text{ nebo } m = k\}$  nad abecedou  $\Sigma = \{a, b, c\}$ .
- (a) [MAX. ZISK: 5 BODŮ] Rozhodněte, zda jazyk  $L$  je bezkontextový (bezkontextový jazyk definujte). Své tvrzení zdůvodněte.
- (b) [MAX. ZISK: 5 BODŮ] Rozhodněte, zda jazyk  $L$  je regulární (regulární jazyk definujte). Své tvrzení zdůvodněte.