

Domácí úkol č. 1 - Polynomy

Požadavky

- Definice a odpovědi pište českou (či slovenskou) větou či větami, nikoli matematickými symboly.
- U výpočtů pište aspoň drobné komentáře.
- U teoretických otázek každé své tvrzení řádně zdůvodněte, samotná správná odpověď nestačí.
- K úspěchu je nutné získat aspoň polovinu z celkového počtu bodů.

Příklady

1. (5 bodů) Dopačítejte poslední příklad ze cvičení: Najděte všechny kořeny polynomu $P(x)$, kde $P(x) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 7x - 13$, víte-li, že komplexní číslo $(3 + 2i)$ je jeho kořenem.
2. (5 bodů) Najděte všechny kořeny polynomu $P(x) = x^5 - 4x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 27x + 30$, víte-li, že komplexní číslo $(1 + 2i)$ je jeho kořenem a že aspoň jeden kořen je celočíselný. Rozložte polynom $P(x)$ na součin reálných polynomů co nejnižších stupňů (tzv. ireducibilních polynomů).
3. (5 bodů) Definujte pojem *kořen* polynomu. Najděte polynom $P(x)$ s reálnými koeficienty co nejnižšího stupně tak, aby měl jednoduchý kořen $(2 + i)$, dvojnásobný kořen (-1) a koeficient u nejvyšší mocniny byl 2.
4. (5 bodů) Dokažte, že reálný polynom lichého stupně má vždy aspoň jeden reálný kořen.

Výsledky

1. Kořeny jsou $3 + 2i$, $3 - 2i$, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.
2. Kořeny jsou $1 + 2i$, $1 - 2i$, 2 , $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$.
Rozklad na ireducibilní reálné polynomy je $P(x) = (x^2 - 2x + 5)(x - 2)(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$.
3. $P(x) = 2(x + 1)^2(x^2 - 4x + 5) = 2x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 12x + 10$