

Domácí úkol č. 8 - Inverzní matice a maticové rovnice

Požadavky

- Definice a odpovědi pište českou (či slovenskou) větou či větami, nikoli matematickými symboly.
- U výpočtů pište aspoň drobné komentáře.
- U teoretických otázek každé své tvrzení řádně zdůvodněte, samotná správná odpověď nestačí.
- K úspěchu je nutné získat aspoň polovinu z celkového počtu bodů.

Příklady

- (10 bodů) V prostoru $\mathbb{R}^{\leq 2}[x]$ všech reálných polynomů stupně nejvýše dva je dána báze C , kde $C = (x^2 + x + 3, x + 3, 1)$.
 - Najděte souřadnice polynomu $3x^2 + 2x + 5$ vůči bázi C , vyřešením příslušné soustavy rovnic. Jaký význam má matice, která je maticí této soustavy rovnic? (Aneb, co je to za matici, jak se nazývá?)
 - Nalezněte matici transformace souřadnic $\mathbb{T}_{K \rightarrow C}$ od báze K k bázi C , kde $K = (x^2, x, 1)$. Znovu pomocí ní spočtete souřadnice polynomu $3x^2 + 2x + 5$.
- (10 bodů) Vypočtete všechny matice \mathbb{X} , pro které $\mathbb{A}^2\mathbb{X} = \mathbb{B} - \mathbb{X}$.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Upravte maticovou rovnici do základního tvaru. Okomentujte úpravy - jaké vlastnosti pro násobení matic používáte? A dopočtete příslušné matice.
- Upravenou rovnici vyřešte Gauss-Jordanovou eliminací na příslušnou dvojmatici.

Výsledky

1. a) $\text{coord}_C(3x^2 + 2x + 5) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

b) $\mathbb{T}_{K \rightarrow C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

2. a) $(\mathbb{A}^2 + \mathbb{E})\mathbb{X} = \mathbb{B}$

b) $\mathbb{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$