

# Domácí úkol č. 8 - Predikátová logika

## Požadavky

- Definice i odpovědi pište českou (či slovenskou) větou či větami, nikoli matematickými symboly.
- Pojmy definujte o jednu úroveň níže, aneb nové pojmy obsažené v požadované definici také definujte.
- Není třeba definovat pojmy: term, atomická formule, formule, syntaktický strom, interpretace, formule pravdivá v interpretaci při kontextu proměnných, sentence pravdivá v interpretaci, pokud to není v zadání výslovně žádáno.
- Každé své tvrzení ráděně zdůvodněte, u každého svého výpočtu napište komentář.
- K úspěchu je nutné získat aspoň polovinu z celkového počtu bodů.

## Příklady

1. (10 bodů) Je pravdivý následující úsudek?

Všichni se bojí Drákuly.

Drákula se bojí jenom mne.

Já jsem Drákula.

- a) Zformalizujte věty v jazyce predikátové logiky s rovností. Popište jazyk a interpretaci.
- b) Resoluční metodou rozhodněte, zda je věta pod čarou sémantickým důsledkem vět nad čarou.

[Poznámka: Do resolučního algoritmu budete asi muset přidat formule vystihující vlastnosti rovnosti: reflexivita  $\forall x x = x$ , symetrie  $\forall x \forall y (x = y \Rightarrow y = x)$ , tranzitivita  $\forall x \forall y \forall z ((x = y \wedge y = z) \Rightarrow x = z)$ ]

2. (10 bodů) Uvažujme predikátovou logiku s rovností. Resolučním algoritmem ukažte, že rovnost je symetrická. Jinými slovy ukažte, že z axiomů (Hilbertova dokazovacího systému) pro rovnost

(i)  $\forall x (x = x)$ ,

(ii)  $\forall x_1 \dots \forall x_n \forall y_1 \dots \forall y_n [(x_1 = y_1 \wedge x_2 = y_2 \wedge \dots \wedge x_n = y_n) \Rightarrow (P(x_1, x_2, \dots, x_n) \Rightarrow P(y_1, y_2, \dots, y_n))]$ ,  
kde  $P$  je libovolný predikátový symbol arity  $n$ ,

sémanticky vyplývá sentence

$$\forall x \forall y (x = y \Rightarrow y = x).$$

Návod: Uvědomte si, že bod (ii) zahrnuje vlastně nekonečně mnoho axiomů pro různé predikátové symboly  $P$  arity  $n$ . Pro náš příklad budete potřebovat zvolit za  $P$  rovnost, tj. symbol = arity 2.