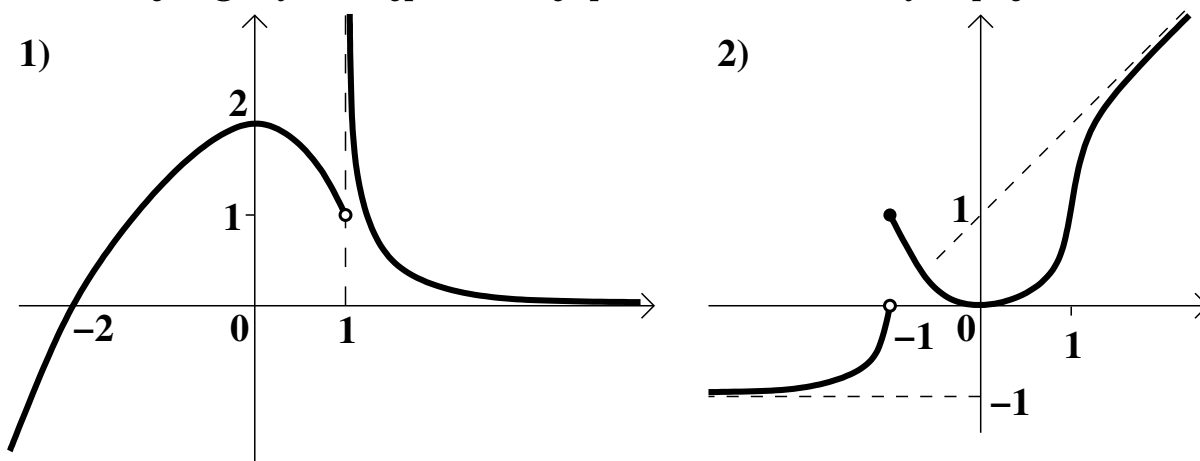


input amstex

MA1: Cvičné příklady—matematické vyjadřování

Popište následující grafy co nejpodrobněji pomocí matematických pojmů:



Nakreslete nějakou funkci, která vyhovuje zadaným podmínkám:

3. Funkce f je spojitá na $(-1, \infty)$, má svislou asymptotu v $x = -1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} (f) = 1$, průsečík s osou x je $x = 0$.
4. Funkce f je spojitá na \mathbb{R} , má asymptotu $y = x - 1$ v ∞ , $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f) = 1$, průsečík s osou x je $x = 0$ a $x = 2$, f je konkávní na $(-\infty, 0)$.
5. Funkce f je spojitá na \mathbb{R} , má vodorovnou asymptotu $y = 2$ v ∞ , je konvexní na $(-\infty, 0)$ a konkávní na $(0, \infty)$.
6. Funkce f je spojitá na \mathbb{R} , klesající na $(-\infty, 0)$ a rostoucí na $(0, \infty)$; konkávní na \mathbb{R} .
7. Funkce f je definovaná na $(-2, \infty)$, nemá svislou asymptotu v $x = -2$, ale má svislou asymptotu v $x = 2$; není klesající na $(2, \infty)$.
8. Funkce f je spojitá na \mathbb{R} , omezená zdola; rostoucí na $(-\infty, 0)$ a klesající na $(0, \infty)$; konvexní na $(-\infty, 0)$ a na $(0, \infty)$.
9. Funkce f je spojitá a diferencovatelná na $(0, \infty)$, má vodorovnou asymptotu $y = 1$ v ∞ , je rostoucí a konvexní na $(0, \infty)$.
10. Funkce f je definovaná na \mathbb{R} , spojitá na $\mathbb{R} \setminus \{1\}$; $\lim_{x \rightarrow \infty} (f) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f) = 1$; f je klesající na $(-\infty, 0)$ a rostoucí na $(0, \infty)$; je konvexní na $(1, \infty)$.
11. Funkce f je definovaná na \mathbb{R} , $\min_{\mathbb{R}}(f) = f(-1) = -2$, $\sup_{\mathbb{R}}(f) = 1$, ale $\max_{\mathbb{R}}(f)$ neexistuje. Lze to udělat tak, aby byla f spojitá? Lze to udělat tak, aby f měla v $\pm\infty$ limitu 0?

Vyjádřete pomocí matematických symbolů:

12. Číslo x je liché.
13. Celé číslo x je dělitelné 13.
14. Číslo x není druhou mocninou přirozeného čísla.
15. Číslo r je kořenem funkce f .
16. Číslo k udává, jak rychle roste funkce f v čase 3.

17. Číslo V udává, kolik vody nateklo mezi časy 1 a 13, jestliže v každém čase t tekla voda rychlostí (objemovou) $f(t)$.
18. Nenulová čísla x a y mají stejné znaménko.
19. Bod v rovině (x, y) je dále od osy y než od kružnice se středem v počátku a poloměrem 13.

Vyjádřete pomocí matematických termínů a formálního jazyka následující výroky:

Při vyjadřování nepoužívejte záporů typu "non \exists " či "neplatí, že", ale "positivní" formulace.

20. Graf funkce f leží v pravém horním kvadrantu a pro velké hodnoty x se blíží k ose x .
21. Funkce f má nepřerušovaný graf, který někde prochází osou x .
22. Funkce f nabývá někde na intervalu I své maximální hodnoty vzhledem k tomuto intervalu.
23. Funkce f roste vždy rychleji než přímka $2x + 1$.
24. Funkce f roste dvakrát pomaleji než jistá funkce g . (Předpokládejme, že jsou diferencovatelné.)
25. Graf funkce f leží napravo i nalevo od osy y .
26. Graf diferencovatelné funkce f roste, nemá stacionární body a leží nad osou x .
27. Graf funkce f ani neleží celý nad osou x , ani neleží celý pod osou x .
28. O funkcích f a g není možné říct, že $f < g$, ani že $f > g$.
29. Není pravda, že by funkce f byla rostoucí, ani že by byla klesající.
30. Graf funkce f je nepřerušovaný, prochází osou y a v bodě $x = 3$ má ostrý zlom.
31. Rychlost, kterou funkce f roste, se zmenšuje. (Předpokládejme, že je diferencovatelná.)

Přeložte z češtiny do matematické češtiny následující výroky:

32. a) Nikdo nemá víc kuliček než Franta Marble.
b) Franta Marble má víc kuliček než všichni ostatní.
c) Franta Marble má víc kuliček než všichni dohromady.
33. Králíci se množí tak rychle, že je jich v každém roce alespoň dvojnásobek toho, co bylo v roce předchozím.
34. Čím víc se snažil, tím hůř to pak dopadlo.