

MA2: Cvičné příklady—Funkce více proměnných: Extrémy

Najděte a klasifikujte lokální extrémy funkcí

1. $f(x, y) = e^{2x^2+y^2+2xy+2y}$,
2. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y$,
3. $f(x, y) = x^2 + xy^2 - 16x$,
4. $f(x, y, z) = \frac{y^2}{x} + \frac{2z^2}{y} + \frac{4}{z} + x$,
5. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x + 3y$,
6. $f(x, y) = x^3 + 3x^2y^2 - 3y^2 - 27x$,
7. $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$,
8. $f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^2 - 2$,
9. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 3x + 16$,
10. $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3x - 12y - 12z$,
11. $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 12xy$,
12. $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 + 9x^2 - 6y - 12x$,
13. $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2 + 6x$,
14. $f(x, y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 4x - 2y - 1$,
15. $f(x, y, z) = \frac{y^2}{x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z} + \frac{x}{4}$,
16. $f(x, y) = 3x^2 - 6xy + 2y^3$,
17. $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$,
18. $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2e^{-x^2}$.

V následujících příkladech použijte Lagrangeovy multiplikátory k nalezení možných lokálních extrémů dané funkce f vzhledem k dané podmínce (podmínkám) g .

Diskutujte globální extrémy vzhledem k oné podmínce (podmínkám).

19. $f(x, y) = xy^3$, $g: x^2 + y^2 = 4$,
20. $f(x, y) = x + y$, $g: x^4 + y^4 - 8x - 8y = 0$,
21. $f(x, y) = x + y$, $g: x^4 - y^4 - 8x - 8y = 0$,
22. $f(x, y) = xy$, $g: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$,
23. $f(x, y) = x^2 + y^2$, $g: x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$,
24. $f(x, y) = x + y$, $g: x^3 + y^3 = 2$,
25. $f(x, y, z) = x + 2y + 3z$, $g: x^2 + y^2 + z^2 = 145$,
26. $f(x, y, z) = x + y$, $g: x^2 + y^2 = 2, x + y + z = 0$,
27. $f(x, y, z) = 4x + 2z$, $g: x^2 + y^2 = 5, x + 2y + z = 0$,
28. $f(x, y, z) = x^2y + 3z$, $g: x + y = 0, z = x^2$.

V následujících příkladech nalezněte globální extrémy dané funkce f na dané množině M . Použijte Lagrangeovy multiplikátory tam, kde je to možné.

29. $f(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 16)^2$, $M: xy = 32, x \in \langle 1, 12 \rangle$,
30. $f(x, y) = (x + 2)^2 + (y + 2)^2$, $M: xy = 4, x \geq 1$,
31. $f(x, y, z) = xyz$, $M: x + y + z^2 = 5, x, y, z > 0$,
32. $f(x, y) = 2x^2 - 2xy + y^2 - 2x$, $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$.
33. $f(x, y, z) = x - xy - z^2$, $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}$.
34. $f(x, y) = x^2 - 8x + y^2$, M je konečná oblast vymezená křivkami danými $x^2 - y^2 = 9$ a $x = 5$.
35. $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2$, M je konečná oblast vymezená křivkami danými $x^2 + y^2 = 9$ a $x = -2$ a obsahující bod $(0, 0)$.
36. Najděte bod na hyperbolické ploše $x^2 - z^2 = 1$, který je nejbližší k počátku.
37. Najděte bod na povrchu $z = xy + 1$, který je nejbližší k počátku.
38. Najděte vzdálenost mezi křivkami danými $y = x + 1$ a $y^2 = x$.