# ODR: Cvičné příklady—posouzení metod

Pro následující rovnice posuďte použitelnost tří základních metod řešení. Svůj názor odůvodněte. Rovnice nemusíte řešit.

**1.** $y' = 23y - 13$.

**2.** $y'' - y = \sqrt{x}$.

**3.** $y'y = x$.

**4.** $y' = xy + x$.

**5.** $y' = y^2 + x$.

**6.** $y' = x + y$.

**7.** $y'' = xy$.

## Řešení

**1.** Separace: Použitelná. Důvod: Lze separovat, $y' = 1 \cdot (23y - 13) = g(x) \cdot h(y)$, popřípadě $\int \frac{dy}{23y-13} = \int 1 dx$.
Lineární plus odhad: Použitelná. Důvod: Rovnice $y' - 23 \cdot y = -13$ je lineární s konstantními koeficienty, pravá strana $-13$ je speciální (má vhodný typ pro odhad).
Lineární plus variace: Možná použitelná. Důvod: Je lineární s konstantními koeficienty (popřípadě je lineární prvního řádu, obojí stačí). Zda bude možné spočítat integrál pro $C(x)$ není možné posoudit, aniž bychom rovnici opravdu řešili.

**2.** Separace: Nepoužitelná. Důvod: Není to rovnice prvního řádu.
Lineární plus odhad: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice $y'' - 1 \cdot y = \sqrt{x}$ je sice lineární s konstantními koeficienty, ale pravá strana $\sqrt{x}$ není speciální (neumíme pro ni odhadnout).
Lineární plus variace: Možná použitelná. Důvod: Je lineární s konstantními koeficienty. Zda bude možné spočítat integrál pro $C(x)$ není možné posoudit, aniž bychom rovnici opravdu řešili.

**3.** Separace: Použitelná. Důvod: Lze separovat, $y' = x \cdot \frac{1}{y} = g(x) \cdot h(y)$, popřípadě $\int y\,dy = \int x\,dx$.
Lineární plus odhad: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice není lineární.
Lineární plus variace: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice není lineární.

**4.** Separace: Použitelná. Důvod: Lze separovat, $y' = x \cdot (1+y) = g(x) \cdot h(y)$, popřípadě $\int \frac{dy}{y+1} = \int x\,dx$.
Lineární plus odhad: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice $y' - x \cdot y = x$ je sice lineární, ale nemá konstantní koeficienty. (Nenajdeme tedy homogenní řešení.) Mimochodem, pravá strana $x$ je speciální, ale ani odhadovací přístup nefunguje bez konstantních koeficientů.
Lineární plus variace: Možná použitelná. Důvod: Je lineární, sice nemá konstantní koeficienty, ale je prvního řádu, takže $y_h$ lze najít metodou separace. Zda bude možné spočítat integrál pro $C(x)$ není možné posoudit, aniž bychom rovnici opravdu řešili.

**5.** Separace: Nepoužitelná. Důvod: Nelze separovat, $y^2 + x$ nelze přepsat jako $g(x) \cdot h(y)$.
Lineární plus odhad: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice není lineární.
Lineární plus variace: Nepoužitelná. Důvod: Rovnice není lineární.

**6.** Separace: Nepoužitelná. Důvod: Nelze separovat, $y^2 + x$ nelze přepsat jako $g(x) \cdot h(y)$.
Lineární plus odhad: Použitelná. Důvod: Rovnice $y' - 1 \cdot y = x$ je lineární s konstantními koeficienty, pravá strana $x$ je speciální (má vhodný typ pro odhad).
Lineární plus variace: Možná použitelná. Důvod: Je lineární s konstantními koeficienty (popřípadě je lineární prvního řádu, obojí stačí). Zda bude možné spočítat integrál pro $C(x)$ není možné posoudit, aniž bychom rovnici opravdu řešili.

**7.** Separace: Nepoužitelná. Důvod: Není to rovnice prvního řádu. Napravo sice máme $g(x) \cdot h(y)$, ale to nepomůže.
Protože je rovnice $y'' - x \cdot y = 0$ lineární a homogenní, není třeba hledat partikulární řešení $y_p$ a tak se nemusíme starat o metodu odhadu či variace, je to prostě jen otázka řešení homogenní lineární rovnice. Protože nemá konstantní koeficienty, přístup přes charakteristická čísla není možný.