

MA2-1-2018

- (1) Zjistěte zda následující limity existují a najděte jejich hodnotu.

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}.$$

- (2) Je dáno číslo $a > 0$. Nalezněte kladná reálná čísla x_1, x_2, x_3 taková, jejichž součet je roven a a výraz $\ln(x_1 x_2^2 x_3^3)$ má největší možnou hodnotu.
- (3) Použijte Stokesovu větu k výpočtu integrálu $\iint_{(S)} \operatorname{rot} \mathbf{F} d\mathbf{S}$, kde

$$\mathbf{F} = (xyz, x, e^{xy} \cos z),$$

S je polokoule $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$, orientovaná nahoru.

- (4) Přepište následující integrál

$$\int_0^1 \int_{1-\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f \, dx \, dy$$

- (a) v opačném pořadí integrace,
(b) v polárních souřadnicích v pořadí $d\rho \, d\varphi$.
- (5) Z koule o poloměru R a středem v počátku je vyjmut válec s poloměrem $r < R$, jehož osa je tvořena osou y . Zjistěte objem zbylé části koule.