

## Matematika pro ekonomii - zkoušková písemka 20.5.2021

Jméno a příjmení	1	2	3	4	ústní	celkem	známka

### Úloha 1. (celkem 37 bodů)

Do výdejového centra obchodu s elektronikou, které funguje v pracovní dny od 9:00 do 17:00, přicházejí zákazníci pro své zásilky zcela nezávisle na sobě, rovnoměrně během celého dne. Průměrně přijde 80 zákazníků za den, 40% z nich jsou studenti. Určete pravděpodobnost, že

- nejpozději čtvrtý příchozí zákazník bude student, (7 bodů)
- na příštího zákazníka budeme čekat alespoň 5 minut, (7 bodů)
- od 10:00 do 10:15 přijdou do výdejového centra alespoň tři zákazníci, (7 bodů)
- od 10:00 do 10:15 přijdou do výdejového centra alespoň tři zákazníci, přičemž žádný z nich nebude student, (8 bodů)
- mezi dalšími 150 zákazníky bude alespoň 50 studentů (řešte pomocí CLV; 8 bodů).

### Úloha 2. (celkem 23 bodů)

Uvažujte náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  se sdruženým rozdělením

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 0$	0.21	0.35	0.14
$Y = 1$	0.09	0.15	0.06

- Spočtete korelaci  $\text{corr}(X, Y)$ . (8 bodů)
- Rozhodněte, zda jsou náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  nezávislé, a své tvrzení řádně matematicky zdůvodněte. (8 bodů)
- Definujte nezávislost spojitých náhodných veličin  $U$ ,  $V$  a  $W$ . (7 bodů)

### Úloha 3. (celkem 28 bodů)

Na pouti ve stánku se prodávají balíčky karamelky. Prodejce tvrdí, že balíček má (průměrnou) hmotnost 100 g. U 21 náhodně vybraných balíčků byly naměřené hmotnosti (zaokrouhlo na celé gramy):

93	95	96	97	97	98	99	100	101	103	92	95	95	96	97	99	104	99	100	103	99
----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	----	----	----	----	----	----	-----	----	-----	-----	----

Mezi těmito balíčky bylo 8 s klasickými, 8 s ovocnými a 5 s kávovými karamelkami.

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má náhodná veličina udávající hmotnost náhodně vybraného balíčku karamelky. (7 bodů)
- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny z otázky a). (5 bodů)  
(hint:  $\sum x_i = 2058$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 206$ )
- c) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda má prodejce pravdu. (8 bodů)
- d) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda při náhodném výběru balíčku karamelky od prodejce jsou pravděpodobnosti výběru klasických, ovocných, resp. kávových karamelky stejné. (8 bodů)

**Úloha 4.** (celkem 12 bodů)

Autosalon vystavuje tři vozy jistého modelu, aby bylo vidět, jak vypadají v různých barvách. Občas se stane, že zákazník vystavený vůz na místě koupí. Pokud na konci týdne vedoucí autosalonu zjistí, že má vystaven maximálně jeden vůz, přiojedná vozy chybějících barev tak, aby začátkem týdne byly vystaveny zase 3 vozy. Vypozoroval přitom, že během týdne je počet prodaných vozů rovný 0, 1 a 2 s pravděpodobnostmi 0,7, 0,2, resp. 0,1. Více vozů během jednoho týdne zatím nikdy neprodal. Uvažujeme markovský řetězec  $\{X_n; n = 0, 1, 2, \dots\}$ , kde  $X_n$  popisuje počet vystavených vozů na konci  $n$ -tého týdne.

- a) Určete matici pravděpodobností přechodu. (5 bodů)
- b) Najděte stacionární rozdělení. (7 bodů)

**Ústní část** (celkem 10 bodů)

Spojitá náhodná veličina  $X$  má hustotu pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot 2^{-x} & \text{pro } x > 0, \\ 0 & \text{pro } x \leq 0. \end{cases}$$

Určete

- (i) konstantu  $c$ ,
- (ii) distribuční funkci náhodné veličiny  $X$ ,
- (iii) distribuční funkci náhodné veličiny  $X + 3$ .