Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 14.6.2017 - verze B

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Hokejisté jistého týmu vyšlou během utkání (hraného pouze na tři třetiny, tj. bez prodloužení) na branku průměrně 30 střel. Průměrně každá desátá střela skončí gólem, přičemž poměr střel první, druhé a třetí formace jsou 5:3:2, první formace se trefuje s pravděpodobností 0.12 a druhá s pravděpodobností 0.1. Všechny střely, resp. góly, přicházejí zcela nezávisle na předešlých střelách, resp. gólech. Určete pravděpodobnost, že

a) během prvních dvou třetin vstřelí tento tým minimálně 3 góly, (5 bodů)

b) na první gól tohoto týmu budou diváci čekat alespoň 10 hracích minut (pozn.: jedna třetina má 20 hracích minut ;-)), (5 bodů)

c) nejpozději třetí střela tohoto týmu skončí gólem, (5 bodů)

d) během první třetiny padnou maximálně tři góly, přičemž ani jeden nepadne během prvních pěti minut, kdy fanoušek stojí frontu na pivo, (5 bodů)

e) pokud vystřelil hráč třetí formace, padl gól, (5 bodů)

f) pokud padl gól, vstřelil ho hráč třetí formace, (5 bodů)

g) ze 100 střel padne alespoň 9 gólů (řešte pomocí CLV). (10 bodů)

Úloha 2.

a) Definujte nezávislost náhodných jevů A, B, C. (5 bodů)

b) $P(A \cup B) = 0,7$, $P(A \setminus B) = 0,2$, $P(A^c) = 0,6$. Jsou jevy A a B nezávislé? (5 bodů)

Úloha 3. Biologové měřili na několika exemplářích výšku daného druhu rostliny. Naměřené hodnoty (v cm) jsou uvedeny v následující tabulce:

84.1	96.4	91.3	99.2	104.7	107.0	87.2	98.1	102.4	98.7	110.4	90.5	93.0

a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení má výška rostliny. (5 bodů)

b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (5 bodů)
(hint: $\sum x_i = 1263$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 730.2$)

c) Statisticky otestujte, zda je možné říct, že střední výška rostliny je 1 m. (7 bodů)

d) Předpokládejme, že skutečná střední hodnota výšky rostliny je 1m a rozptyl je 0.64 (m^2). Spočtěte pravděpodobnost, že výška náhodně vybrané rostliny je v mezích 1m - 2m. (8 bodů)

Úloha 4. Počty prodaných zájezdů jistou cestovní kanceláří ve dvou po sobě jdoucích letech byly (dle záznamů z kartotéky):

rok \ čtvrtletí	1.	2.	3.	4.
1.	90	120	80	110
2.	130	180	120	170

a) Určete marginální rozdělení náhodného vektoru (X, Y), kde X popisuje rok a Y popisuje čtvrtletí prodeje zájezdu náhodně vybraného z kartotéky. (5 bodů)

b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda v prvním roce i ve druhém roce bylo množství prodaných zájezdů přibližně stejné. (7 bodů)

c) Uvažujte pouze 2. a 3. čtvrtletí. Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou počty zájezdů těchto čtvrtletích a v jednotlivých letech nezávislé. (8 bodů)

d) Definujte obecně nezávislost spojitých náhodných veličin U a V. (5 bodů)