

## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 19.6.2019

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

**Úloha 1.** Na srazu absolventů gymnázia po 20 letech od maturity se sešlo 30 lidí, z toho 18 maturantů roku 1999 (dále jen maturanti '99), zbytek tvořili jejich bývalí vyučující (dále jen vyučující). Maturanty '99 tvořili z  $\frac{5}{9}$  muži, mezi vyučujícími pak byly  $\frac{2}{3}$  mužů. Spočtete pravděpodobnost, že

- a) první příchozí osoba byla žena,
- b) pokud vešla žena, byla to vyučující,
- c) pokud vešel muž, byl to maturant '99,
- d) nejpozději třetí příchozí účastník byla žena,
- e) nejpozději třetí příchozí maturant '99 byla žena.

**Úloha 2.** Účastníci srazu z úlohy 1 se půl roku před srazem zúčastnili oslav 90. výročí založení jejich gymnázia, což byla veřejná akce s velikou účastí a pestrým programem trvajícím od soboty do neděle. 80% účastníků byli absolventi gymnázia, zbytek tvořili jejich rodinní příslušníci. V sobotu v době 14:00-16:00 přišlo 60 osob, v neděli se očekávala stejná intenzita příchozích (při těchto hodnotách můžeme považovat příchody účastníků za vzájemně nezávislé události). Spočtete pravděpodobnost, že v neděli

- a) v době 15:00-15:05 přišli maximálně dva účastníci oslav,
- b) v době 15:00-15:05 přišli maximálně dva účastníci oslav a přitom žádný z nich nebyl rodinný příslušník,
- c) mezi 50 účastníky sledujícími vystoupení hudební skupiny Gympleři bylo alespoň 36 absolventů (použijte CLV),
- d) mezi 5 účastníky sledujícími vystoupení hudební skupiny Gympleři byli alespoň 4 absolventi (řešte bez použití CLV).
- e) Určete  $t$  takové, že s pravděpodobností 0,8 byla doba čekání na prvního absolventa alespoň  $t$  minut.

**Úloha 3.** Hmotnosti balených sýrů (v gramech), které jsou aktuálně vyložené v sekci lahůdek jistého supermarketu, jsou uvedeny v následující tabulce:

105.5	85.7	82.6	94.9	89.8	97.7	103.2	96.6	100.9	97.2	108.9	89.0	91.5
-------	------	------	------	------	------	-------	------	-------	------	-------	------	------

- Nakreslete histogram a odhadněte, jaké rozdělení má hmotnost baleného sýru.
- Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat.  
(hint:  $\sum x_i = 1243.5$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 730$ )
- Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední hmotnost baleného sýru je 100 g, proti alternativní hypotéze, že střední hmotnost baleného sýru je
  - jiná než 100 g,
  - menší než 100 g.
- Předpokládejme (bez ohledu na výsledek c)), že skutečná střední hmotnost baleného sýru je 100 g a rozptyl je 64 ( $\text{g}^2$ ). Spočítejte pravděpodobnost, že hmotnost náhodně vybraného sýru je maximálně 90 g.

**Úloha 4.** Tým si na zápasy bere buď světlé, nebo tmavé dresy. Byly pozorovány následné počty výher, proher a remíz v těchto dresech:

dresy \ výsledek	výhra	prohra	remíza
světlé	20	10	10
tmavé	30	20	10

- Statisticky otestujte na hladině 5%, zda si tým dresy vybírá se stejnou pravděpodobností.
- Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je výsledek utkání závislý na volbě dresu.
- Předpokládejme, že v následujících 100 utkáních se trend výsledků ani trend výběrů dresů nezmění. Spočítejte pravděpodobnost, že
  - v následujícím utkání tým neprohráje,
  - v následujících třech utkáních remízuje tým maximálně jednou,
  - v následujících třech utkáních tým právě jednou vyhraje a právě jednou prohraje.