

## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 21.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

### Úloha 1. (celkem 45 bodů)

Na velké mezinárodní konferenci je 60% mužů. O přestávce mezi přednáškami si účastníci mohou dát kávu, čaj nebo minerálku, přičemž obliba (tj. počty vydaných šálků, resp. sklenic) těchto nápojů je 2:1:1 a je zcela nezávislá na pohlaví. Jedno z výdejních míst vypožadovalo, že během půlhodinové přestávky vydává průměrně 60 nápojů. Předpokládejme, že každý účastník si dá během návštěvy výdejního místa jen jeden nápoj, účastníci přicházejí pro nápoje rovnoměrně během celé přestávky a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- během prvních dvou minut přestávky přijdou k danému výdejnímu okýnku alespoň tři účastníci, (7 bodů)
- během prvních dvou minut přestávky přijdou k danému výdejnímu okýnku alespoň tři ženy, (7 bodů)
- během prvních dvou minut přestávky přijdou k danému výdejnímu okýnku alespoň tři ženy, a přitom žádná z nich nepřijde během první minuty, (7 bodů)
- nejpozději pátý příchozí účastník bude chtít minerálku, (7 bodů)
- náhodně vybraný účastník s nápojem je muž pijící kávu, (7 bodů)
- ze 100 účastníků s nápojem je alespoň 15 žen pijících čaj (řešte pomocí CLV; 10 bodů).

### Úloha 2. (celkem 25 bodů)

16 týmů se zúčastnilo šifrovací hry, přičemž časy potřebné k vyřešení úkolu (uvedené v hodinách, zaokrouhlené na desetiny) jsou uvedeny v následující tabulce:

3,3	4,4	3,1	4,8	3,9	4,0	3,7	3,9	3,5	3,9	3,7	4,0	3,8	3,9	3,4	3,5
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Nakreslete histogram, odhadněte z něj a/nebo z povahy dat, jaký model pravděpodobnostního rozdělení bychom mohli použít pro dobu řešení daného úkolu, a zdůvodněte. (6 bodů)

- b) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat. (5 bodů)  
(hint:  $\sum x_i = 60,8$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 2,51$ )
- c) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba řešení daného úkolu je rovna 4 hodinám, vůči alternativně, že
- (i) střední doba řešení daného úkolu není rovna 4 hodinám, (7 bodů)
  - (ii) střední doba řešení daného úkolu je menší než 4 hodiny. (7 bodů)

**Úloha 3.** (celkem 30 bodů)

Uvažujte následující počty zákusků a chlebiček prodaných ve dvou sledovaných cukrárnách během jednoho (ještě předkoronavirového) dne:

	zákuský	chlebičky
Dolce Vita	40	20
Fontána	20	20

- a) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda můžeme považovat zákazníkem vybraný druh lahůdky za nezávislý na volbě cukrárny. (7 bodů)
- b) Odhadněte z dat marginální rozdělení náhodného vektoru  $(X, Y)$ , kde  $X$  popisuje cukrárnu ( $X = 1$  pro Dolce Vita a  $X = 0$  pro Fontánu) a  $Y$  popisuje vybranou lahůdku ( $Y = 1$  pro zákusek a  $Y = 0$  pro chlebiček). (4 body)
- c) Odhadněte z dat korelaci náhodných veličin  $X$  a  $Y$  z úlohy b). (7 bodů)  
(hint: Použijte znalosti charakteristik alternativního rozdělení.)
- d) Definujte obecně nezávislost nějakých náhodných veličin  $U$ ,  $V$  a  $W$ . (7 bodů)