

Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 25.5.2020

Jméno a příjmení	1	2	3	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 60 bodů)

Na dětském maškarním plese je 60% dětí, zbytek tvoří dospělí, z nichž 70% jsou ženy. Dále víme, že 50% účastníků se pohybuje na tanečním parketu, 30% sedí v bufetu a zbytek se nachází v jiných prostorách (u stolků vedle parketu, na chodbě apod.). Z osob na parketu je 90% dětí a 8% žen, zbytek tvoří muži. V bufetu je pak počet mužů, žen i dětí rozdělen rovnoměrně. Dveřmi mezi tanečním sálem a bufetem projdou průměrně 3 osoby za minutu. Předpokládejme, že účastníci plesu procházejí dveřmi časově rovnoměrně a zcela nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- náhodně vybraný účastník plesu je dítě, které se pohybuje v jiných prostorách, tj. mimo taneční parket a bufet, (7 bodů)
- náhodně vybraný účastník plesu, který se pohybuje v jiných prostorách, je dítě (7 bodů)
- během dvou minut projde dveřmi nejvýše jedno dítě, (7 bodů)
- ze čtyř náhodně vybraných účastníků jsou alespoň dva na tanečním parketu, (7 bodů)
- ze 100 náhodně vybraných účastníků je alespoň 15 na tanečním parketu (řešte pomocí CLV; 10 bodů).
- Uvažujme náhodné veličiny X a Y , kde $X = 0$, je-li náhodně vybraný účastník dospělý, $X = 1$, je-li náhodně vybraný účastník dítě, $Y = 0$, je-li náhodně vybraný účastník na parketu, $Y = 1$, je-li náhodně vybraný účastník v bufetu, a $Y = 2$, je-li náhodně vybraný účastník v jiných prostorách.
 - Rozhodněte, zda jsou X a Y nezávislé, a své rozhodnutí zdůvodněte. (7 bodů)
 - Spočtěte $cov(X, Y)$. (7 bodů)
 - Jsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U, V) , kde U a V mají stejná marginální rozdělení jako X , resp. Y , ale nezávislé nejsou. Nejsou-li X a Y nezávislé, určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U, V) , kde U a V mají stejná marginální rozdělení jako X , resp. Y , ale nezávislé jsou. (8 bodů)

Úloha 2. (celkem 25 bodů)

U jistého vyhledávače byly sledovány doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. Naměřené hodnoty (v ms) jsou uvedeny v následující tabulce:

287	298	302	291	298	311	290	293	284	296	291	299	305	307	298
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Nakreslete histogram a odhadněte z něj, jaké rozdělení mají doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. (5 bodů)
- Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení. (5 bodů)
(hint: $\sum x_i = 4450$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 797,3$). (5 bodů)
- Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba vyhledávání je 0,3 s. (7 bodů)
- Co se obecně stane (ohledně počtu zamítaných hypotéz při různých realizacích náhodného výběru), když v testu snížíme testovací hladinu z 5% na 1%? Zdůvodněte (stručně slovně nebo obrázkem). (8 bodů)

Úloha 3. (celkem 15 bodů)

V jistém baru sledovali minulé léto po dobu jednoho večera oblíbenost alkoholických nápojů u tuzemských a zahraničních turistů. Byla zjištěna následující konzumace:

	pivo	víno	tvrdý alkohol / koktejl
tuzemský turista	220	130	100
zahraniční turista	130	220	200

Statisticky otestujte

- na hladině 5%, zda můžeme považovat počet domácích a počet zahraničních hostů za přibližně stejné. (7 bodů)
- na hladině 1%, zda jsou všechny zmíněné druhy alkoholu přibližně stejně oblíbené. (8 bodů)