

Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 7.6.2017

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Vrátný na FEL během své pracovní doby od 9:00 do 17:00 obslouží průměrně 80 lidí - studentů a pedagogů, přičemž studentů, kteří využívají pomoci vrátného, je třikrát víc než pedagogů. Předpokládejme, že časy příchodů studentů i pedagogů jsou nezávislé a jsou v této době rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

- a) do 10:00 využijí služeb vrátného minimálně dva pedagogové, (5 bodů)
- b) po 15:00 využije služeb vrátného maximálně 5 lidí, přičemž všichni to budou studenti, (5 bodů)
- c) doba čekání na prvního pedagoga bude kratší než 2 hodiny, (5 bodů)
- d) v daný den bude nejpozději třetí příchozí člověk student, (5 bodů)
- e) v 75 po sobě jdoucích příchozích lidech bude minimálně 20 studentů. Řešte pomocí CLV. (10 bodů)

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	$X = -1$	$X = 0$	$X = 1$
$Y = -1$	1/12	1/4	1/12
$Y = 0$	1/12	0	1/12
$Y = 1$	1/12	1/4	1/12

- a) Určete marginální rozdělení X a Y (2 body) a spočítejte kovarianci $\text{cov}(X, Y)$ (3 body).
- b) Jaká je souvislost této kovariance s (ne)závislostí X a Y ? (5 bodů)
- c) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U, V) , v němž náhodné veličiny U , resp. V , mají stejná marginální rozdělení jako X , resp. Y , ale přitom jsou U a V nezávislé. (5 bodů)
- d) Určete $P(X \leq 0, Y = 1)$. (5 bodů)

Úloha 3. Na 9 stromech jsme sledovali obvod kmene, hodnoty (v cm) byly následující:

94.2	102.1	101.4	96.3	112.2	97.4	103.1	104.0	107.3
------	-------	-------	------	-------	------	-------	-------	-------

- Nakreslete histogram těchto dat a odhadněte z něj, jaké rozdělení má obvod kmene. (5 bodů)
- Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat (5 bodů; hint: $\sum x_i = 918$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 252$).
- Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední obvod kmene je 1 m. (7 bodů)
- Co se stane (ohledně počtu zamítnutých hypotéz), když u **libovolného** testu snížíme testovací hladinu z 5% na 1%? (5 bodů)

Úloha 4. Během jednoho měsíce byla v jistém baru pozorována obliba nabízených značek whisky u mužů a u žen. Pozorování jsou uvedena v následující tabulce:

<i>pohlaví \ whisky</i>	<i>Jameson</i>	<i>TullamoreDew</i>	<i>JohnnieWalker</i>	<i>ChivasRegal</i>
<i>muz</i>	47	18	32	13
<i>zena</i>	33	42	8	7

- Statisticky otestujte na hladině 1%, zda je počet mužů a žen popíjejících whisky přibližně stejný. (7 bodů)
- Statisticky otestujte na hladině 5%, zda jsou všechny značky whisky přibližně stejně oblíbené (8 bodů).
- Uvažujte pouze značky Jameson a Chivas Regal. Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je prodej těchto dvou značek nezávislý na pohlaví. (8 bodů)
- Definujte **obecně** nezávislost náhodných veličin X a Y . (5 bodů)