Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 24.6.2014

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. Reklamní agentura obdrží během pracovního týdne (= 5 pracovních dní) průměrně 20 zakázek, přičemž průměrně každá čtvrtá zakázka je od mezinárodní společnosti a zbytek jsou tuzemští zákazníci. Předpokládejme, že doby příchodů zakázek jsou nezávislé a jsou během týdne rozloženy rovnoměrně. Určete pravděpodobnost, že

a) od úterka do čtvrtka (včetně) přijdou maximálně tři zakázky od tuzemsnkých zákazníků,

b) v pátek přijdou přesně dvě zakázky a přitom obě budou od tuzemského zákazníka,

c) doba čekání na první zakázku bude kratší než půl dne,

d) nejpozději třetí zakázka, která ode dneška přijde, bude od mezinárodní společnosti,

e) v šesti po sobě jdoucích zakázkách budou maximálně dvě od mezinárodní společnosti.

Úloha 2. Sdružené pravděpodobnosti dvou diskrétních náhodných veličin X a Y jsou dány následující tabulkou:

	$X=0$	$X=1$	$X=2$	$X=3$
$Y=0$	1/6	0	1/6	0
$Y=1$	1/3	1/8	1/12	1/8

a) Určete marginální rozdělení X a Y.

b) Spočtěte kovarianci $\mathrm{cov}(X,Y)$.

c) Jaká je souvislost této kovariance s (ne)závislostí X a Y?

d) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru (U,V), v němž náhodné veličiny U, resp. V, mají stejná marginální rozdělení jako X, resp. Y, ale přitom jsou U a V nezávislé.

e) Určete $P(X \text{ je liché} | Y=1)$.

Úloha 3. U jistého vyhledávače byly sledovány doby potřebné k nalezení zadaného výrazu. Naměřené hodnoty (v ms) jsou uvedeny v následující tabulce:

287	298	302	291	298	311	290	293	284	296	291	299	305	307	298

a) Nakreslete histogram těchto dat.

b) Odhadněte z histogramu, jaké rozdělení má doba vyhledávání.

c) Odhadněte střední hodnotu a rozptyl tohoto rozdělení z dat ($\sum x_i = 4450$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 797,\bar{3}$).

d) Otestujte na hladině 5%, zda je možné říct, že střední doba vyhledávání je 0,3 s.

e) Co se stane (ohledně počtu zamítnutých hypotéz), když u libovolného testu zvýšíme testovací hladinu z 5% na 10%? Zdůvodněte.

Úloha 4. Během jednoho měsíce byla v jistém baru pozorována obliba nabízených značek whisky u mužů a u žen. Pozorování jsou uvedena v následující tabulce:

pohlaví \ *whisky*	*Jameson*	*Tullamore Dew*	*Johnnie Walker*	*Chivas Regal*
muž	47	18	32	13
žena	33	42	8	7

a) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je počet mužů a žen popíjejících v tomto baru whisky přibližně stejný.

b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou všechny značky whisky přibližně stejně oblíbené (tj. zda je počet prodaných kusů jednotlivých značek přibližně stejný).

c) Uvažujte pouze značky Tullamore Dew a Johnnie Walker. Statisticky otestujte (na libovolné hladině), zda je prodej těchto dvou značek závislý na pohlaví.

d) Sestrojte náhodnou veličinu X popisující, zda si značku Chivas Regal objednal muž nebo žena, a určete její pravděpodobnostní rozdělení (pozn.: rozdělení té náhodné veličiny, nikoliv té ženy ani té Chivas Regal ;-)).

e) Definujte nezávislost spojité náhodné veličiny Y a diskrétní náhodné veličiny Z.