

## Pravděpodobnost a statistika - zkoušková písemka 31.5.2021

Jméno a příjmení	1	2	3	ústní	celkem	známka

### Úloha 1. (celkem 52 bodů)

Všichni zaměstnanci jisté firmy jezdí kvůli dopravní situaci a okolnímu terénu do práce autobusem a vystupují na zastávce přímo před firmou. Autobus přijíždí v ranních hodinách v šestiminutových intervalech. Ve stejných intervalech pak po pracovní době dané firmy z této zastávky odjíždí. V ranních hodinách přijede do firmy jedním autobusem průměrně 5 zaměstnanců. Ve firmě pracuje 60% mužů, přičemž 50% z nich si před příchodem do práce jde koupit svačinu do bufetu u vrátnice. Z žen si jde do bufetu koupit svačinu jen 20%. Vzhledem ke zdržení v bufetu a různým rozmístěním kanceláří v budově lze předpokládat, že zaměstnanci přicházejí do svých kanceláří rovnoměrně a nezávisle na sobě. Určete pravděpodobnost, že

- a) náhodně vybraný zaměstnanec, který vystoupí z autobusu, jde do bufetu, (5 bodů)
- b) náhodně vybraný zaměstnanec, který vystoupí z autobusu, je žena jdoucí do bufetu, (5 bodů)
- c) náhodně vybraný zaměstnanec, který půjde po vystoupení z autobusu do bufetu, je žena, (5 bodů)
- d) z pěti žen, které vystoupí z autobusu, jdou alespoň dvě do bufetu, (7 bodů)
- e) nejpozději třetí zaměstnanec, který jde do bufetu, je žena, (7 bodů)
- f) během tří minut přijdou do svých kanceláří nejvýše čtyři zaměstnanci, (7 bodů)
- g) během tří minut přijdou do svých kanceláří nejvýše čtyři zaměstnanci, přičemž všichni to budou muži, (8 bodů)
- h) zaměstnanec, který odchází z kanceláře nezávisle na jízdním řádu autobusu, stráví během 27 cest z práce čekáním na autobus alespoň 1,5 hodiny. (Řešte pomocí CLV; 8 bodů).

### Úloha 2. (celkem 20 bodů)

Investor sledoval po dobu jednoho roku, jaký byl na konci každého měsíce zisk, resp. ztráta, z jednoho konkrétního aktiva jeho investice. Zjistil, že došlo k následujícím ziskům, resp. ztrátám [v tis. EUR; zaokrouhleno na dvě desetinná místa, seřazeno podle výše]:

zisky	ztráty
0.05, 0.23, 0.27, 0.34, 1.24	0.11, 0.45, 0.71, 0.81, 1.11, 1.98, 2.96

- a) Nakreslete histogram a odhadněte z něj a/nebo z povahy dat, jaké rozdělení má náhodná veličina popisující výši zisku (pozn.: ztráta je záporný zisk). (7 bodů)

- b) Odhadněte z dat střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny z otázky a). (5 bodů)  
(hint:  $\sum x_i = -6$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 14.0704$ )
- c) Statisticky otestujte na libovolné hladině (jejíž kvantil najdete v tabulce), zda můžeme považovat sledované aktivum ve střední hodnotě za neztrátové. (8 bodů)

### Úloha 3. (celkem 28 bodů)

Škola tance pořádala kurzy pro různé věkové kategorie. Na konci kurzu provedla krátkou anketu týkající se oblíbenosti různých tanečních stylů. Od vybraného vzorku respondentů zazněly následující odpovědi na otázku, jaký byl jejich nejoblíbenější druh tance:

věková skupina ↓ tanec →	standardní	latinský	moderní
mladší	4	12	14
střední věk	15	20	15
starší	11	8	1

- a) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou uvedené tři typy tanců přibližně stejně oblíbené. (8 bodů)
- b) Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je obliba uvedených tří typů tanců závislá na věku. (8 bodů)
- c) Odhadněte z dat pravděpodobnost, že náhodně vybraný účastník kurzu, který je mladšího nebo středního věku, má za nejoblíbenější tanec latinu. (4 body)

Dále předpokládejme, že všechny relativní četnosti (tj. poměry) uvedené v tabulce přesně odpovídají těm, které bychom získali mezi všemi účastníky kurzu.

- d) Rozhodněte, zda jsou jevy „účastník kurzu je středního věku” a „účastník kurzu má za nejoblíbenější standardní tance” nezávislé, a zdůvodněte. (4 body)
- e) Rozhodněte, zda jsou jevy „účastník kurzu je mladšího věku” a „účastník kurzu má za nejoblíbenější standardní tance” nezávislé, a zdůvodněte. (4 body)

### Ústní část (celkem 10 bodů)

- (i) Stručně vysvětlíte, proč došlo ke shodám/neshodám závěrů v př. 3b), 3d) a 3e).
- (ii) Uvažujte náhodné veličiny  $X$  popisující druh nejoblíbenějšího tance ( $X = 1$  pro standardní,  $X = 2$  pro latinu a  $X = 3$  pro moderní) a  $Y$  popisující věkovou skupinu ( $Y = 1$  pro mladší,  $Y = 2$  pro střední věk a  $Y = 3$  pro starší). Jsou tyto náhodné veličiny nezávislé?
- (iii) Pokud jste v bodě (ii) rozhodli, že ne, uveďte tabulku sdružených pravděpodobností  $X$  a  $Y$  tak, aby  $X$  a  $Y$  měly stejná marginální rozdělení jako v bodě (ii), avšak aby nezávislé byly. Pokud jste v bodě (ii) rozhodli, že ano, uveďte tabulku libovolných sdružených pravděpodobností  $X$  a  $Y$  tak, aby  $X$  a  $Y$  měly stejná marginální rozdělení jako v bodě (ii), avšak aby nezávislé nebyly.