

B0B01PST Pravděpodobnost a statistika - zkouškový test 24.5.2022 (přednášející HELISOVÁ, cvičící BECK / KORBELÁŘ)

Jméno a příjmení	1	2	3	4	5	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 52 bodů)

Náplní práce sekretářky jisté firmy je vyřizování telefonátů a emailů, vyzvedávání pošty a další administrativní činnost (kterou se zde nebudeme zabývat). Sekretářka má pracovní dobu od 8:00 do 16:30, přičemž v době 11:30-12:00 je na oběd. V době, kdy sedí v kanceláři, vyřídí průměrně dva telefonáty a tři emaily za hodinu. Všechny záležitosti vyřizuje rovnoměrně po celý den a nezávisle na sobě. Průměrně každý čtvrtý telefonát je objednávka zakázky, v emailové komunikaci pak tvoří objednávky zakázek 2/3 všech emailů. Pošta přichází denně mezi 10:00 a 12:30. Pokud pošták sekretářku nezastihne, nechá poštu na vrátnici. Spočtěte pravděpodobnost, že

- a) příští vyřizovaná záležitost bude objednávka, (5 bodů)
- b) příští vyřizovaná objednávka bude telefonická, (5 bodů)
- c) nejpozději čtvrtá vyřizovaná objednávka bude telefonická, (7 bodů)
- d) do oběda vyřídí sekretářka nejvíše tři záležitosti, (7 bodů)
- e) do oběda vyřídí sekretářka nejvíše tři telefonáty, (7 bodů)
- f) do oběda vyřídí sekretářka nejvíše tři telefonáty a přitom všechny tyto telefonáty se uskuteční až po 10:00, (7 bodů)
- g) během týdne, tj. 5 pracovních dnů, musí sekretářka alespoň dvakrát pro poštu na vrátnici, (7 bodů)
- h) během tří měsíců, které mají v součtu 64 pracovních dnů, musí sekretářka pro poštu na vrátnici alespoň dvanáctkrát. (Řešte pomocí CLV; 7 bodů)

Úloha 2. (celkem 12 bodů)

Statistiky uvádějí, že střední hodnota výšky sedmiletého dítěte je 125 cm. V první třídě jisté základní školy byla měřena výška dětí a vzorek naměřených hodnot (v cm) je uveden v následující tabulce:

120	128	124	128	131	132	126	125	129	128	123	126	134	122	129
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Statisticky otestujte na hladině 5%, zda uvedený vzorek odpovídá uváděným statistikám, proti

- a) alternativě, že střední výška sedmiletého dítěte není 125 cm,

b) vhodně zvolené jednostranné alternativě.

(Hint: $\sum x_i = 1905$, $\sum(x_i - \bar{x})^2 = 206$; 12 bodů)

Úloha 3. (celkem 15 bodů)

Výsledky fotbalového týmu v různých barvách dresů jsou dány následující tabulkou:

	výhra	prohra	remíza
bílé	20	20	10
modré	20	15	15

- Statisticky otestujte na hladině 5%, zda je výsledek zápasu závislý na volbě barvy dresu. (8 bodů)
- Statisticky otestujte na hladině 1%, zda pravděpodobnosti výhry, prohry a remízy jsou přibližně stejné. (7 bodů)

Úloha 4. (celkem 21 bodů)

Ehrenfestovo schéma: Máme N kuliček rozmístěných do dvou nádob A a B . V každém kroku vybereme náhodně rovnoměrně jednu kuličku a přemístíme ji do druhé nádoby. Nechť $N = 4$ a X_n je počet kuliček v nádobě A v n -tém kroku. Pro Markovský řetězec $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$

- sestavte matici pravděpodobností přechodu, (7 bodů)
- najděte stacionární rozdělení, (7 bodů)
- určete pravděpodobnosti nabývaných hodnot na startu, tj. $P(X_0 = k)$ pro všechna $k = 0, \dots, 4$, jestliže po třech krocích je nádoba A prázdná, tj. pozorujeme $X_3 = 0$. (7 bodů)