

B0B01PST Pravděpodobnost a statistika - zkouškový test 22.6.2022 (přednášející HELISOVÁ, cvičící BECK / KORBELÁŘ)

Jméno a příjmení	1	2	3	4	5	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 51 bodů)

Telefon v jistém call-centru je vybavený zábavným doplňkem - krabicí, v níž jsou kuličky červené, modré nebo bílé barvy ze tří různých materiálů - skleněné, dřevěné a hliněné - a v různých velikostech. Vždycky, když zazvoní telefon, vypadne náhodně vybraná kulička. Tu operátoři po zvednutí telefonu vrátí zpět do krabice. Červených kuliček je v krabici polovina, z nichž 40% je skleněných a 40% je dřevěných. Modrých kuliček je v krabici 30%, z nichž 1/6 je skleněných a 1/3 dřevěných. Z bílých kuliček je pak 1/4 skleněných a 1/4 dřevěných. Průměr kuličky [v cm] je náhodná veličina s rozdělením $Ro(2, 4)$, která je nezávislá jak na barvě, tak na materiálu kuličky. Telefon zazvoní průměrně čtyřikrát za 10 minut. Určete pravděpodobnost, že

- při zazvonění telefonu vypadne kulička, která je modrá nebo hliněná (6 bodů)
- vypadne-li skleněná kulička, bude červená, (5 bodů)
- náhodně vypadnutá kulička je bílá a zároveň má v průměru alespoň 3,5 cm, (5 bodů)
- na příští vypadnutí kuličky budeme čekat alespoň tři minuty, (7 bodů)
- během pěti minut vypadnou z krabice nejvýše dvě červené kuličky, (7 bodů)
- nejpozději pátá vypadnutá kulička je hliněná, (7 bodů)
- mezi prvními pěti vypadnutými kuličkami jsou alespoň dvě dřevěné červené kuličky, (7 bodů)
- pokud by operátoři kuličky do krabice nevraceli, nýbrž vždy po vypadnutí je navlékali na nit těsně za sebou tak, aby středy kuliček ležely v jedné přímce, vešla by se řada 75 kuliček na nit dlouhou 2,3 m (řešte pomocí CLV; 7 bodů).

Úloha 2. (celkem 12 bodů)

O náhodných veličinách X a Y se sdruženými a marginálními pravděpodobnostmi uvedenými v následující tabulce

$X \downarrow Y \rightarrow$	1	3	
1	a	b	$1/3$
2	c	d	e
	f	$2/3$	g

rozhodněte, zda můžeme nalézt parametry a, b, c, d, e, f a g tak, aby

- a) $\text{corr}(X, Y) = 0$,
- b) $\text{corr}(X, Y) = 1$,
- c) $\text{corr}(X, Y) = -2$.

Pokud ano, určete dané parametry, pokud ne, zdůvodněte proč.

Úloha 3. (celkem 15 bodů)

V jistém baru sledovali po dobu jednoho večera oblíbenost alkoholických nápojů u tuzemských a zahraničních turistů. Byla zjištěna následující konzumace:

	pivo	víno	tvrdý alkohol
tuzemský turista	250	150	100
zahraniční turista	150	150	200

Statisticky otestujte

- a) na hladině 5%, zda můžeme považovat zákazníkem vybraný druh alkoholu za závislý na státní příslušnosti (ve smyslu domácí nebo cizinec). (8 bodů)
- b) na hladině 1%, zda jsou všechny zmíněné druhy alkoholu přibližně stejně oblíbené. (7 bodů)

Úloha 4. (celkem 15 bodů)

Máme 4 kostky náhodně rozmístěné do dvou nádob A a B . V každém kroku vybereme náhodně rovnoměrně jednu kostku a přemístíme ji do druhé nádoby. Pokud je jedna z nádob prázdná, proces končí. Určete pravděpodobnost, že skončíme s prázdnou nádobou A , jestliže v ní na začátku byly 3 kostky.

Úloha 5. (celkem 7 bodů)

Stěhovací vozík se pohybuje mezi nakládacím a vykládacím stanovištěm. Stanoviště jsou od sebe vzdálená 100 m. Cesta mezi nakládacím a vykládacím stanovištěm trvá vozíku 2 minuty (tj. z nakládacího do vykládacího stanoviště jede 2 minuty a z vykládacího do nakládacího stanoviště jede také 2 minuty). Vozík se pohybuje konstantní rychlostí v celém úseku. Naložení vozíku trvá 2 minuty, vyložení 4 minuty. Sestrojte distribuční funkci náhodné veličiny X popisující vzdálenost vozíku od nakládacího stanoviště.