

B0B01PST Pravděpodobnost a statistika - zkouškový test 19.5.2022
(přednášející HELISOVÁ, cvičící BECK / KORBELÁŘ)

Jméno a příjmení	1	2	3	4	celkem	známka

Úloha 1. (celkem 43 bodů)

Lodě v jistém přístavu jsou pronajímány turistům (tzv. charter). V nabídce jsou plachetnice a motorové jachty, jejichž počty jsou v poměru 2:1. Na každé lodi dojde průměrně jednou za 6 týdnů k nějaké poruše, přičemž u plachetnic se 1/4 poruch týká motoru, zbytek jsou poruchy jiného druhu, u motorových jachet se motoru týká 1/3 poruch, zbytek jsou poruchy jiného druhu. Jeden opravář má na starosti 12 lodí. Spočítejte pravděpodobnost, že

- a) pokud dojde k poruše na nějaké lodi, jedná se o poruchu na motoru plachetnice, (5 bodů)
- b) pokud dojde k poruše na nějaké plachetnici, jedná se o poruchu na motoru, (5 bodů)
- c) pokud dojde k poruše na motoru na nějaké lodi, jedná se o poruchu na plachetnici, (5 bodů)
- d) opravář bude čekat na další poruchu motorové jachty alespoň jeden a půl týdne, (7 bodů)
- e) během dvou týdnů bude muset opravář řešit alespoň tři poruchy motoru, (7 bodů)
- f) mezi pěti poruchami budou nejvýše dvě z nich na motorové jachtě, (7 bodů)
- g) mezi 50 poruchami bude nejvýše 20 z nich na motorové jachtě. (Řešte pomocí CLV; 7 bodů)

Úloha 2. (celkem 17 bodů)

- a) Definujte nezávislost náhodných jevů A , B , C . (5 bodů)
- b) Definujte nezávislost náhodných veličin X , Y , Z . (5 bodů)
- c) $P(A \cup B) = 0,7$, $P(A \setminus B) = 0,2$, $P(A^c) = 0,6$. Jsou jevy A a B nezávislé? Matematicky zdůvodněte. (7 bodů)

Úloha 3. (celkem 12 bodů)

Agentura nabízí studentům brigádu sbírání jablek. Slibuje průměrný denní výdělek 100 EUR. Brigádníci jsou však placeni od množství nasbíraného ovoce a u náhodně vybraných studentů byly zjištěny následující denní výdělků (uvedeny v EUR):

98	101	94	98	103	97	100	95	96
----	-----	----	----	-----	----	-----	----	----

Statisticky otestujte na hladině 5%, zda tvrzení agentury lze považovat za pravdivé, vůči

- a) alternativní hypotéze, že průměrný denní výdělek není 100 EUR,
 b) vhodně (smyslupně) zvolené jednostranné alternativní hypotéze.

(Hint: $\sum x_i = 882$, $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 68$)

Úloha 4. (celkem 28 bodů)

Hotel nabízel čtyři různé snídaně a sledoval jejich oblíbenost mezi muži, ženami a dětmi. Pozoroval následující:

snídaně → skupina ↓	vločky s jogurtem	croissant s nutellou	anglická snídaně	toast se šunkou a sýrem
muži	20	30	100	50
ženy	100	50	30	20
děti	50	300	50	200

- a) Uvažujme náhodnou veličinu X popisující, zda je náhodně vybraný host dospělý ($X = 1$) nebo dítě ($X = 0$). Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametr rozdělení X . (7 bodů)
 b) Statisticky otestujte na hladině 1%, zda jsou všechny snídaně přibližně stejně oblíbené. (7 bodů)

Úloha 5. (celkem 14 bodů)

Hráči A a B opakovaně házejí jednou kostkou. Hráč A vyhraje, pokud padne šestka, hráč B vyhraje, pokud padnou dvě lichá čísla za sebou, jinak se hraje dál. Jaká je pravděpodobnost, že hra skončí výhrou hráče A?