

1.

	B	O	
M	1	7	8
Z	7	5	12
	8	12	20

$$P(O|M) = \frac{P(M \cap O)}{P(M)} = \frac{7}{8}$$

Nebo z Bayesova vzorce:

$$P(O|M) = \frac{P(M|O) \cdot P(O)}{P(M|O) \cdot P(O) + P(M|B) \cdot P(B)}$$

$$P(M) = 2/5$$

$$= \frac{7/12 \cdot 3/5}{2/5} = \frac{7}{8}$$

$$P(M) = P(M|B) \cdot P(B) + P(M|O) \cdot P(O)$$

$$2/5 = 1/8 \cdot 2/5 + P(M|O) \cdot 3/5$$

$$\Rightarrow P(M|O) = 7/12$$

2.) $X \dots$ počet žen během 5 minut $\sim Po(9)$, tj. $P(X=k) = \frac{9^k}{k!} e^{-9}$, $k=0,1,\dots$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - e^{-9} (9^0/0! + 9^1/1! + 9^2/2!)$$

3.) $X \dots$ doba čekání [min] na příšlivou dívku $\sim Exp(3)$, tj.

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x} & \text{pro } x > 0 \\ 0 & \text{pro } x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow P(X \geq 1,5) = \int_{1,5}^{\infty} 3e^{-3x} dx = [-e^{-3x}]_{1,5}^{\infty} = e^{-4,5}$$

NEBO:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-3x} & \text{pro } x > 0 \\ 0 & \text{pro } x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow P(X \geq 1,5) = 1 - P(X \leq 1,5) = 1 - F(1,5) = 1 - (1 - e^{-3 \cdot 1,5}) = e^{-4,5}$$

NEBO:

$Y \dots$ počet dívek ze 1,5 min $\sim Po(4,5)$, tj. $P(Y=k) = \frac{4,5^k}{k!} e^{-4,5}$, $k=0,1,\dots$

$$P(Y=0) = \frac{4,5^0}{0!} e^{-4,5} = e^{-4,5}$$

4.) $X \dots$ počet dívek 0 před prvním dívkem $B \sim Geom(2/5)$,
 tj. $P(X=k) = (3/5)^k \cdot (2/5)$, $k=0,1,\dots \Rightarrow P(X \leq 4) = \sum_{k=0}^4 (3/5)^k \cdot 2/5 = 1 - (3/5)^5$

NEBO

$Y \dots$ počet dívek B mezi prvními pěti dívkami $\sim Binom(5, 2/5)$

$$P(Y=k) = \binom{5}{k} \left(\frac{2}{5}\right)^k \left(\frac{3}{5}\right)^{5-k} \Rightarrow P(Y \geq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{5}{0} \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(\frac{3}{5}\right)^5 = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^5$$