

Pravděpodobnost a statistika - bodovací test 11. 11. 2024

Jméno a příjmení	Cvičící	1	2	Celkem

Úloha 1. Na koleji se koná studentský večírek, na němž je 20% studentů z Čech, 50% z Moravy a zbytek jsou studenti z jiné země než z ČR. Studenti se dostali do sporu, zda je koprová omáčka lepší s bramborem nebo s knedlíkem, přičemž brambory preferovalo 10% studentů z Čech, 90% studentů z Moravy a 60% cizinců. Téměř všichni studenti však mají rádi pivo a načepovat si jej přichází průměrně 2 studenti za 5 minut (vzájemně nezávisle na sobě, dobu čepování zanedbáváme). Spočtete pravděpodobnost, že

1. náhodně vybraný student, který preferuje ke koprovce brambory, je Moravák, (1 bod)
2. nejpozději pátý Moravák, který si přijde načepovat pivo, preferuje knedlík, (1 bod)
3. na příštího studenta, který si přijde načepovat pivo, budeme čekat nejvýše 10 minut, (1 bod)
4. během čtvrt hodiny si přijdou načepovat pivo alespoň tři studenti. (1 bod)

Úloha 2. Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x \in (-\infty, 0) \\ \frac{1}{6} & , x \in \langle 0, 1) \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{6}(x-1)^2 & , x \in \langle 1, 2) \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{8}x & , x \in \langle 2, 4) \\ 1 & , x \in \langle 4, \infty) \end{cases}$$

1. Určete $P(1 < X < 3)$ a $P(1 \leq X \leq 3)$. (1 bod)
2. Vyjádřete X jako směs $X = \text{Mix}_c(D, S)$ náhodných veličin D a S , kde D je diskrétní a S spojitá, tj. určete konstantu c a pak popište rozdělení pravděpodobnosti pro D a pro S (pravděpodobnostní funkcí $P(D = \dots) = \dots$, resp. hustotou $f(x)$). (3 body)