

1.)

	M (Morav.)	Č (čechy)	C (cizinec)	
B (bramb.)	45	2	18	65
K (knedl.)	5	18	12	35
	50	20	30	100

$$\begin{aligned}
 P(M|B) &= \frac{P(B|M) \cdot P(M)}{P(B|M) \cdot P(M) + P(B|\bar{M}) \cdot P(\bar{M})} \\
 &= \frac{0,9 \cdot 0,5}{0,9 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,3} = \\
 &= \frac{9}{13} \left(= \frac{45}{65} \text{ přímo z tabulky} \right)
 \end{aligned}$$

2.) X ... počet Mor. preferujících brambor
před prvním Mor. preferujícím knedlíkem

$X \sim \text{Geom}(0,1)$, tj. $P(X=k) = 0,9^k \cdot 0,1$ pro $k = 0, 1, \dots$

$$P(X \leq 4) = \sum_{k=0}^4 0,9^k \cdot 0,1 = 0,1 \cdot \frac{1 - 0,9^5}{1 - 0,9} = \underline{\underline{1 - 0,9^5}}$$

NEBO:

Y ... počet Mor. preferujících knedlíků mezi 5 Mor.

$Y \sim \text{Binom}(5; 0,1)$, tj. $P(Y=k) = \binom{5}{k} 0,1^k 0,9^{5-k}$ pro $k = 0, 1, \dots, 5$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \binom{5}{0} 0,1^0 0,9^5 = \underline{\underline{1 - 0,9^5}}$$

3.) X ... doba čekání na studenta, který si přijde nactipovat pravo [min.]

$X \sim \text{Exp}(\frac{2}{5})$, tj. $f(x) = \frac{2}{5} e^{-\frac{2x}{5}}$ a $F(x) = 1 - e^{-\frac{2x}{5}}$ pro $x > 0$
 $= 0$ pro $x \leq 0$

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 10) &= \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^{10} \frac{2}{5} e^{-\frac{2x}{5}} dx = \\
 &= F(10) = 1 - e^{-\frac{2 \cdot 10}{5}} = \underline{\underline{1 - e^{-4}}}
 \end{aligned}$$

NEBO:

Y ... počet studentů čipujících za 10 min.

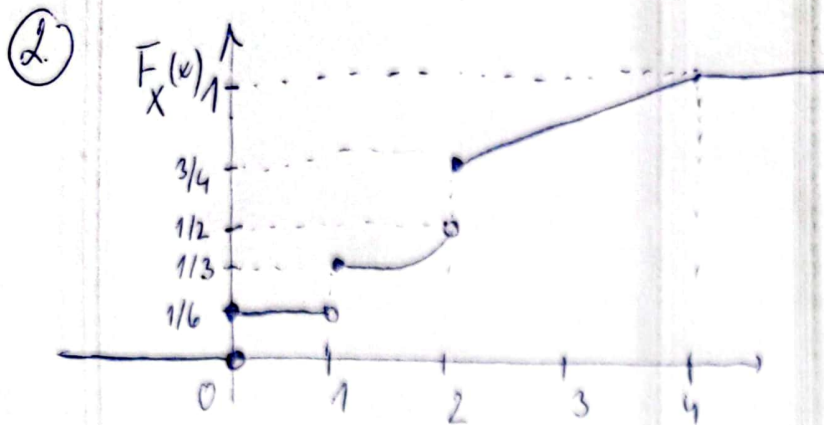
$Y \sim \text{Po}(4)$, tj. $P(Y=k) = \frac{4^k}{k!} e^{-4}$ pro $k = 0, 1, \dots$

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y=0) = 1 - \frac{4^0}{0!} e^{-4} = \underline{\underline{1 - e^{-4}}}$$

4.) X ... počet studentů čipujících pravo za 15 min.

$X \sim \text{Po}(6)$, tj. $P(X=k) = \frac{6^k}{k!} e^{-6}$ pro $k = 0, 1, \dots$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - e^{-6} \cdot \left(\frac{6^0}{0!} + \frac{6^1}{1!} + \frac{6^2}{2!} \right)$$



$$1.) P(1 < X < 3) = P(X < 3) - P(X \leq 1) = \lim_{t \rightarrow 3^-} F(t) - F(1) = \frac{7}{8} - \frac{1}{3} = \frac{13}{24}$$

$$P(1 \leq X \leq 3) = P(X \leq 3) - P(X < 1) = F(3) - \lim_{t \rightarrow 1^-} F(t) = \frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \frac{17}{24}$$

$$2.) C = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \text{ (súčet šokov)}$$

$$P(D=0) = \frac{P(X=0)}{7/12} = \frac{2}{7} = P(D=1), \quad P(D=2) = \frac{P(X=2)}{7/12} = \frac{3}{7}$$

$$F_D(x) = \begin{cases} 0 & \text{pre } x < 0 \\ 2/7 & x \in (0, 1) \\ 4/7 & x \in (1, 2) \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\& F_X(x) = \frac{7}{12} F_D(x) + \frac{5}{12} F_S(x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_S(x) = \frac{12}{5} F_X(x) - \frac{7}{5} F_D(x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_S(x) = \begin{cases} \frac{12}{5} \cdot 0 - \frac{7}{5} \cdot 0 = 0 & x < 0 \\ \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{6} - \frac{7}{5} \cdot \frac{2}{7} = 0 & x \in (0, 1) \\ \frac{12}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \cdot (x-1)^2 \right) - \frac{7}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2}{5} (x-1)^2 & x \in (1, 2) \\ \frac{12}{5} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} x \right) - \frac{7}{5} \cdot 1 = \frac{3}{10} x - \frac{1}{5} & x \in (2, 4) \\ \frac{12}{5} \cdot 1 - \frac{7}{5} \cdot 1 = 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_S(x) = F_S'(x) = \begin{cases} \frac{4}{5} (x-1) & \text{pre } x \in (1, 2) \\ \frac{3}{10} & x \in (2, 4) \\ 0 & x \notin (1, 4) \end{cases}$$

(+obdobie pínov'ni')