1. $X \sim Exp(\lambda)$, tj. $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0$ a $f(x) = 0$ pro $x \leq 0$

$L(\lambda) = \lambda e^{-2,7\lambda} \cdot \lambda e^{-1,5\lambda} \cdots \lambda e^{-3,1\lambda} = \lambda^{10} e^{-30\lambda}$

$\ell(\lambda) = 10 \ln \lambda - 30\lambda$

$\ell'(\lambda) = \frac{10}{\lambda} - 30 \Rightarrow \frac{10}{\hat\lambda} - 30 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\hat\lambda = \frac{1}{3}}}$

2. X_i ... doba mezi příchodem $(i-1)$. a i. zákazníka; $i = 1, \dots, 100$

$X_i \sim Exp\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \mathbb{E}X_i = 3$, $\operatorname{var} X_i = 9$ pro $i = 1, \dots, 100$

$$P\left(\sum_{i=1}^{100} X_i \geq 270\right) = P\left(\underbrace{\frac{\sum X_i - 100 \cdot 3}{\sqrt{100 \cdot 9}}}_{Z} \geq \underbrace{\frac{270 - 100 \cdot 3}{\sqrt{100 \cdot 9}}}_{-1}\right) =$$

$$= P(Z \geq -1) =$$

$$= 1 - P(Z \leq -1) \doteq 1 - \Phi(-1) = \Phi(1) = \underline{\underline{0,841}}$$

NEBO:

Y ... počet zákazníků za 4,5 hod. $\sim Po(90)$

Jelikož $Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i$, kde $Y_i \sim Po\left(\frac{90}{n}\right)$ a přitom $\mathbb{E}Y = \operatorname{var} Y = 90$ jsou dostatečně velké (desítky), lze použít aproximaci $Y \sim N(90, 90)$. Pak

$$P(Y < 100) = P\left(\underbrace{\frac{Y - 90}{\sqrt{90}}}_{Z} < \underbrace{\frac{100 - 90}{\sqrt{90}}}_{\frac{10}{\sqrt{90}} \doteq 1,05}\right) \doteq P(Z < 1,05) \doteq$$

$$\doteq \Phi(1,05) =$$

$$\doteq \underline{\underline{0,85}}$$