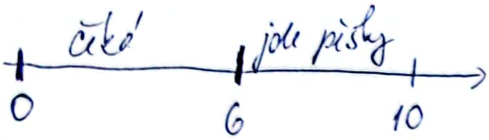
(1.)



doba do příjezdu vláčku $\Rightarrow P(\text{jede vláčkem}) = 0{,}6$

1.) $X_i = 1$, pokud i-tý návštěvník jede vláčkem
$ = 0$, pokud i-tý návštěvník jde pěšky $\Big\} \Rightarrow X_i \sim Alt(0{,}6) \Rightarrow \mathbb{E}X_i = 0{,}6$, $\quad \forall i = 1,\dots,150$, $\quad var X_i = 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$

$$P\left(\sum_{i=1}^{150} X_i \le 80\right) = P\Bigg(\underbrace{\frac{\sum X_i - 150\cdot 0{,}6}{\sqrt{150\cdot 0{,}24}}}_{Z} \le \underbrace{\frac{80-150\cdot 0{,}6}{\sqrt{150\cdot 0{,}24}}}_{-5/3 = -1{,}\bar{6}}\Bigg) \doteq \Phi(-1{,}\bar{6}) = 1-\Phi(1{,}\bar{6}) \doteq 1-0{,}95 = \underline{\underline{0{,}05}}$$

2.) X_i ... doba čekání při i-té cestě, $i = 1,\dots,27 \Rightarrow X_i \sim Ro(0,6) \Rightarrow \mathbb{E}X_i = 3$, $var X_i = \frac{(6-0)^2}{12} = 3$

$$P\left(\sum_{i=1}^{27} X_i \ge 90\right) = P\Bigg(\underbrace{\frac{\sum X_i - 27\cdot 3}{\sqrt{27\cdot 3}}}_{Z} \ge \underbrace{\frac{90-27\cdot 3}{\sqrt{27\cdot 3}}}_{1}\Bigg) \doteq 1-P(Z\le 1) \doteq 1-\Phi(1) \doteq 1-0{,}84 = \underline{\underline{0{,}16}}$$

(2.) 1.) Ozn.: $X = 1$, je-li náhodně vybraná kulička bílá
$ = 0$, je-li náhodně vybraná kulička černá $\Big\} \Rightarrow X \sim Alt(p)$,

MMV: $P(X=1) = p$ a $P(X=0) = 1-p$

$L(p) = p^{12}(1-p)^8$

$l(p) = 12 \ln p + 8 \ln(1-p)$

$l'(p) = \frac{12}{p} + \frac{8\cdot(-1)}{1-p} = \frac{12}{p} - \frac{8}{1-p}$

$\frac{12}{\hat{p}} - \frac{8}{1-\hat{p}} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\hat{p} = \frac{12}{20} = 0{,}6}}$

MM: $\mathbb{E}X = p$ a $\bar{x} = \dfrac{\overbrace{1+\dots+1}^{12\times}+\overbrace{0+\dots+0}^{8\times}}{20} = \frac{12}{20} = 0{,}6$

$\Downarrow$

$\underline{\hat{p} = 0{,}6}$

2.) X .. poloměr náhodně vybrané kuličky $\Rightarrow X \sim Ro(a,b)$

MMV: $f(x) = \frac{1}{b-a}$ pro $x \in \langle a,b\rangle$

Hledáme $\hat{a} \in (-\infty; 1{,}1\rangle$ a $\hat{b} \in \langle 2{,}8; \infty)$

$L(a,b) = \left(\frac{1}{b-a}\right)^{20} = \frac{1}{(b-a)^{20}}$

Fci $L(a,b)$ maximalizuje nejkratší možný interval $\langle a,b\rangle \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{\hat{a} = 1{,}1}}$ a $\underline{\underline{\hat{b} = 2{,}8}}$

MM: $\mathbb{E}X = \frac{a+b}{2}$ a $\bar{x} = 2$

$var X = \frac{(b-a)^2}{12}$ a $s^2 = \frac{1}{3}$

Hledáme $\hat{a}, \hat{b}$, pro které:

$\frac{\hat{a}+\hat{b}}{2} = 2$ a $\frac{(\hat{b}-\hat{a})^2}{12} = \frac{1}{3}$ a $\hat{a} < \hat{b}$

$\Rightarrow \underline{\underline{\hat{a} = 1}}, \underline{\underline{\hat{b} = 3}}$