

## 4. cvičení z PSI

13. - 17. října 2014

**4.1** Náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci

$$F_X(t) = \begin{cases} \frac{e^t}{3} & , t < 0 \\ \frac{1}{2} & , t \in (0, \frac{1}{2}) \\ \frac{t+1}{3} & , t \in (\frac{1}{2}, 1) \\ 1 & , 1 \leq t. \end{cases}$$

Rozložte  $X$  na směs diskrétní náhodné veličiny  $U$  a spojité náhodné veličiny  $V$ . Pro  $U$  a  $V$  potom najděte distribuční a kvantilové funkce, pravděpodobnostní funkci, resp. hustotu. Spočtěte také střední hodnoty:  $E(X)$ ,  $E(U)$  a  $E(V)$ .

**4.2** [N, 3.10.8] Náhodná veličina  $X$  má *normované normální rozdělení*  $N(0, 1)$  (tj. absolutně spojité rozdělení s hustotou  $f_X(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}$ ). Popište rozdělení náhodné veličiny  $Y = X^2$ , tedy najděte její distribuční funkci a hustotu.

**4.3** Nezávislé náhodné veličiny  $X$  a  $Y$  mají normované normální rozdělení  $N(0, 1)$ . Určete rozdělení náhodné veličiny  $X + Y$ .

**4.4** [C, 78] Náhodná veličina  $X$  má *exponenciální rozdělení*  $\text{Ex}(1/2)$ , tj. rozdělení s distribuční funkcí

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 0 \\ 1 - e^{-2t} & , t > 0 \end{cases}$$

a hustotou

$$f_X(t) = \begin{cases} 0 & , t \leq 0 \\ 2e^{-2t} & , t > 0. \end{cases}$$

Popište rozdělení náhodné veličiny  $Y = 2 - 2X$  a stanovte její střední hodnotu.