7. cvičení z PSI

9. - 13. listopadu 2015

7.1 Pro náhodný vektor (X, Y) z předchozího cvičení se sdruženou hustotou

$$h_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy & , 0 \leq x \leq 2 \ \& \ 0 \leq y \leq x \\ 0 & , \text{jinak.} \end{cases}$$

určete $\text{cov}(X, Y)$ a distribuční funkci F_Z náhodné veličiny $Z = X \cdot Y$.

7.2 Dvourozměrný náhodný vektor (X, Y) má pravděpodobnosti hodnot dané tabulkou:

X \ Y	0	1	2
0	1/18	1/9	1/6
1	1/9	1/18	1/9
2	1/6	1/6	1/18

Stanovte pravděpodobnost $P(\frac{1}{2} \leq X \leq 3 \ \& \ Y \geq 1)$. Najděte marginální rozdělení a zjistěte, zda X, Y jsou nezávislé. Pokud ne, vypočtete korelaci a popište rozdělení náhodného vektoru (X', Y') se stejnými marginálními rozděleními, jehož složky jsou nezávislé veličiny.

7.3 Házíme pravidelnou hrací kostkou a počítáme výskyt šestek. Určete, kolik musíme provést hodů, aby se relativní výskyt šestek (tj. poměr počtu šestek ku počtu hodu) lišil od $\frac{1}{6}$ nejvýše o $\varepsilon = 0.05$ s pravděpodobností alespoň $p = 0.95$. Použijte

(a) centrální limitní větu.

(b) Čebyševovu nerovnost.

7.4 Životnost baterie má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 3 hodiny. Určete pravděpodobnost, že sada obsahující 100 baterií zajistí alespoň 252 hodin provozu.