

Zadání A

(1) [4 body] Na náhodně vybrané kostce domina nejsou obě čísla stejná. Určete pravděpodobnost, že další kostka domina, vybraná také náhodně, půjde přiložit k první kostce.

Řešení:

Kostek domina je 28 (jsou to všechny uspořádané dvojice (a, b) , kde $a \leq b$ a $a, b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$). Na vybrané kostce je dvojice (a_0, b_0) , kde $a_0 \neq b_0$. Na další kostce (vybírané z 27 kostek) tak musí být buď dvojice (a_0, c) , kde $c \neq b_0$, nebo (b_0, d) , kde $d \neq a_0$. Možností je tedy $2 \cdot (7 - 1) = 12$. Pravděpodobnost tak je $\frac{12}{27} = \frac{4}{9} \doteq 44.4\%$.

(2) [4 body] Kolik sudých trojčiferných čísel lze poskládat z cifer 0, 1, 2, 5, 7, pokud cifry vícekrát použít a) lze, b) nelze ?

Řešení:

a) Na prvním místě mohou být cifry $\{1, 2, 5, 7\}$, na druhém cifry $\{0, 1, 2, 5, 7\}$ a na třetím cifry $\{0, 2\}$. Celkem tedy $4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$ možností.

b) Pokud na posledním místě stojí 0, pak na prvních dvou místech jsou neopakující se cifry $\{1, 2, 5, 7\}$. Tedy $4 \cdot 3 = 12$ možností.

Nechť je na posledním místě 2. Pokud v čísle je cifra 0, pak musí být na druhém místě. Na prvním tedy jsou jen cifry $\{1, 5, 7\}$. Tedy 3 možnosti. A pokud v čísle cifra 0 není, tak na prvních dvou místech jsou neopakující se cifry $\{1, 5, 7\}$. Tedy $3 \cdot 2 = 6$ možností.

Celkem tedy $12 + 3 + 6 = 21$ možností.

Zadání B

(1) [4 body] Hodíme bílou a černou kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že na bílé kostce padne větší hodnota než na černé?

Řešení:

Všech možností je $6 \cdot 6 = 36$. Příznivých možností je $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Pravděpodobnost tedy je $\frac{15}{36} = \frac{5}{12} \doteq 41.7\%$.

(2) [4 body] Na deseti kartičkách jsou napsány různé cifry od nuly do devíti. Jaká je pravděpodobnost toho, že z TĚCHTO kartiček náhodně sestavené TROJČIFERNÉ číslo bude dělitelné 50?

Řešení:

Všech možných takovýchto trojčiferných čísel vzniklých sestavením z (neopakujících se) cifer na kartičkách je $10 \cdot 9 \cdot 8 - 9 \cdot 8 = 9^2 \cdot 8 = 648$ (počet příslušných posloupností délky 3, minus ty, které začínají nulou). Trojčiferná čísla, která jsou dělitelná 50 a současně nemají opakující se cifry, jsou tvaru $a50$, kde $a \in \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$. Tedy 8 možností. Pravděpodobnost tak je $\frac{8}{648} = \frac{1}{81} \doteq 1.23\%$.