Příklady navíc z PRA

Příklad 14.1 (oboustranný intervalový odhad pro střední hodnotu)
Opakovaná měření stejné koncentrace látky (v procentech), tj. náhodné veličiny X, vedla k následujícím výsledkům:

$$\boldsymbol{x} = (0.2,\ 0.23,\ 0.21,\ 0.16,\ 0.18,\ 0.19,\ 0.14,\ 0.18,\ 0.21)\ .$$

Najděte oboustranný symetrický 90% interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ.
(Nápověda: $\sum_i x_i = 1.7,\ \ \sum_i x_i^2 = 0.3272$).

Příklad 14.2 (jednostranné intervalové odhady pro střední hodnotu)
V terénu jsme naměřeli tyto výšky rostlin daného druhu (v centimetrech)

$$(75,\ 85,\ 58,\ 72,\ 70,\ 75)\ .$$

Předpokládejme, že výška rostliny X má normálního rozdělení $\mathrm{N}(\mu,\ \sigma^2)$. Stanovte horní a dolní 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu μ.
(Nápověda: $\sum_i x_i = 435$ cm, $\ \sum_i x_i^2 = 31923$ cm^2).

Příklad 14.3 (test střední hodnoty normálního rozdělení při neznámém rozptylu)
Provádíme průzkum, jaký skutečný objem piva X točí v nejmenované restauraci. Zakoupeno bylo $n = 10$ piv a jejich objem byl (v litrech):

$$\boldsymbol{x} = (0.510,\quad 0.462,\quad 0.491,\quad 0.466,\quad 0.451,\quad 0.503,\quad 0.475,\quad 0.487,\quad 0.512,\quad 0.505)\,.$$

Předpokládejte, že natočený objem piva X se řídí normálním rozdělením a jednotlivá měření jsou nezávislá.

(a) Pro zvolenou hladinu $\alpha = 0.05$ odhadněte (symetricky intervalově) střední hodnotu objemu natočeného piva.

(b) Na hladině $\alpha = 0.05$ otestujte hypotézu, že dostaneme natočeno alespoň $\mu_0 = 0.5$ litru.

(Nápověda: $\sum_i x_i = 4.862\ \ell,\ \ \sum_i (\overline{x} - x_i)^2 = 0.0042496\ \ell^2$).

Příklad 14.4 V přímořském středisku probíhá kurz surfování a vodních lyží pro děti. Vybíráme 100 účastníků a sledujeme následující rozdělení sportů mezi chlapce a dívky:

	surf	vodní lyže
chlapci	40	20
dívky	20	20

(a) Testujte na hladině $\alpha = 5\%$, zda jsou počty chlapců a dívek účastnících se kurzu přibližně stejné.

(b) Testujte na hladině $\alpha = 1\%$, zda je druh sportu nezávislý na tom, zda je zvolen chlapcem nebo dívkou.