

Ukázka písemné zkoušky z MA2

(1) Mějme funkci $f(x, y) = x^2 - xy + y^3$.

- (a) Určete tečnou rovinu k tomuto grafu v bodě $A = (1, 1)$ a derivaci této funkce ve směru $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ v bodě A .
- (b) Pomocí linearizace funkce ve vhodném bodě určete přibližnou hodnotu funkce v bodě $B = (1.02, 0.97)$.
- (c) Ve kterém ze směrů $u_1 = (0, 1)$ a $u_2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ má funkce v bodě A větší růst?

(2) Najděte nejmenší a největší hodnoty funkce

$$f(x, y) = xy + x$$

na množině omezené křivkami $y = x(x - 1)$ a $y = 0$. Načrtněte tuto množinu.

(3) Přepište následující integrál

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^x f(x, y) \, dy \, dx$$

- (a) v opačném pořadí integrace,
- (b) v polárních souřadnicích (se středem v počátku) v pořadí $d\rho \, d\varphi$.

Oblast integrace načrtněte.

(4) Najděte potenciál vektorového pole

$$\vec{F}(x, y, z) = (ze^x + \cos y, -x \sin y, e^x + 2z)$$

v \mathbb{R}^3 . Spočítejte práci, kterou pole vykoná při působení na částici, která se pohybuje po úsečce z bodu $A = (0, 1, 1)$ do bodu $B = (1, 0, 1)$.

(5) Pomocí Gaussovy věty zjistěte, jaký je tok pole

$$\vec{F}(x, y, z) = (z^2 - x, -xy, 3z)$$

hranicí tělesa omezeného plochami $z = 4 - y^2$, $z = 0$, $x = 0$ a $x = 3$ s vnější orientací. Těleso načrtněte.