Úkol č. 1

1.1 V následujících případech určete směr největšího růstu funkce f v bodě a_0, a dále

(a) pro $f(x,y) = x^3 e^{y^2} + \sin(x-y)$ určete v bodě $a_0 = (1,1)$ derivaci ve směru $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Určete také takové směry $\vec{h}$, že $\frac{\partial f}{\partial \vec{h}}(a_0) = 0$.

(b) pro $f(x,y,z) = xy^2 + z^3 - xyz$ určete v bodě $a_0 = (1,1,2)$ derivaci ve směru $\vec{u}$, který je určen vektorem $\vec{v} = (1, 2-1)$. Popište množinu vektorů $\vec{w}$ takových, že $\frac{\partial f}{\partial \vec{w}}(a_0) = 0$.

1.2 Pro funkci $f(x,y) = \ln(x-3y)$ nalezněte její linearizaci v bodě $(x_0, y_0) = (7,2)$. Použijte ji k přibližnému určení hodnoty funkce f v bodě $(6.9, 2.02)$.

1.3 Určete tečnou rovinu k ploše v daném bodě. Určete také normálu k ploše v daném bodě (tj. přímku kolmou k tečné rovině a procházející daným bodem).

(a) $z = \ln(2x+y)$ v bodě $(-1, 3, ?)$.

(b) $z + 1 = xe^y \cos z$ v bodě $(1,0,0)$.

V obou případech určete úhel, který svírá uvedená tečná rovina se základnou (tj. s rovinou $z = 0$).

1.4 Nalezněte úhel, který svírají plochy

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 3 \quad \text{a} \quad x^2 - 2y^2 - 3z^2 + xyz + y = 3$$

v bodě $A = (-3, 2, -1)$.

1.5 Najděte rovnici tečné roviny k elipsoidu

$$M: \quad \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$$

která je rovnoběžná s rovinou $\varrho : x - y + z = 0$.

(Vysledky: **1** (a) $f'(a_0) = (3e+1, 2e-1)$, $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(a_0) = \frac{1}{2}(3e+1) + \frac{\sqrt{3}}{2}(2e-1)$, $\vec{h}_1 = -\vec{h}_2 = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$ kde $\vec{v} = (-2e+1, 3e+1)$; **2** ; **3** ; **4** ; **5** .)