Úkol č. 2

2.1 Určete aproximaci druhého řádu (tj. Taylorův polynom stupně nejvýše dva) pro funkci $g(x, y) = xe^y + 1$ v bodě $a_0 = (1, 0)$.

2.2 Určete lokální maxima, minima a sedlové body funkce $f(x, y) = 6x^2 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$.

2.3 Určete lokální maxima, minima a sedlové body funkce $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^2 - 3(xy + yz + xz)$ (skutečně je tu z^2, nikoliv z^3).

2.4 Nalezněte absolutní extrémy funkce $f(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 4y + 11$ v množině $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 4x \leq 5\}$.

2.5 Určete největší a nejmenší hodnotu funkce $f(x, y) = x^2 + 2xy - 4y + 1$ na množině $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \ \ \& \ \ 0 \leq y \leq (x - 1)^2\}$.

2.6 Plechovka ve tvaru válce má mít objem 54π cm^3. Dno a víko jsou z materiálu, jehož cena je 0.25 Kč/cm^2, a cena pláště je 0.5 Kč/cm^2. Nalezněte rozměry plechovky tak, aby cena byla minimální.

2.7 Změňte pořadí integrace u následujících integrálů a přepište je také pomocí transformace do polárních souřadnic (v pořadí $d\varrho\, d\varphi$):

$$\int_0^1 \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y)\, dxdy, \qquad \int_0^1 \int_0^{\sqrt{2x - x^2}} f(x, y)\, dydx,$$

$$\int_0^1 \int_0^{2-y} f(x, y)\, dxdy\ .$$

2.8 Spočítejte $\iint\limits_D \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x \ dxdy$, kde D je omezeno křivkami $y = 2x$ a $y = x^2$.

2.9 Použitím polárních souřadnic spočítejte:

(a)

$$\int_0^1 \int_x^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dydx$$

(b)

$$\int_{-2}^0 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dydx$$