# 11. cvičení z Matematické analýzy 2

30. dubna 2026

**11.1** Určete hmotnost tělesa $E$ omezeného plochami $x^2 + z^2 = 1$, $x + \frac{y}{2} + z = 2$ a prostorem $x, y, z \geq 0$. Hustota tělesa je $\varrho(x, y, z) = |y|$.

**Řešení:** zde.

**11.2** Určete hmotnost tělesa $E$ omezeného plochami $x^2 + y^2 = 1$, $z = |y|$ a $z = 1$ s hustotou $\sigma(x, y, z) = x^2$.

**Řešení:** zde.

**11.3** Spočítejte

$$\iiint\limits_E xe^{(x^2+y^2+z^2)^2}\, dV$$

kde

$$E: \quad 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \;\;\&\;\; z \geq 0\ .$$

**Řešení:** zde.

**11.4** (sférické souřadnice)
Spočítejte

$$\iiint\limits_E x^2 z\, dV$$

kde

$$E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad \& \quad 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad \& \quad y \geq 0\ .$$

**Řešení:** Podobně jako zde.

**11.5** Vypočtěte těžiště tělesa

$$E: \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \quad \& \quad z \cdot \tan(\alpha_0) \geq \sqrt{x^2 + y^2},$$

s hustotou $\sigma(x, y, z) = 1$, kde $R > 0$ a $\alpha_0 \in (0, \frac{\pi}{2})$ jsou parametry.

**Řešení:** zde.

**11.6** Vypočtěte těžiště tělesa

$$E: \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \quad \& \quad x, y, z \geq 0,$$

s hustotou $\sigma = 1$, kde $a, b, c > 0$ jsou parametry.

**Řešení:** zde.

**11.7** (křivkový integrál z funkce)
Spočítejte $\int_{\mathcal{C}} (x - y)^2\, ds$, kde $\mathcal{C}$ je horní část kružnice $x^2 + y^2 = 2x$, $y \geq 0$.

**Řešení:** zde.

**11.8** (křivkový integrál z funkce)
Spočítejte $\int_{\mathcal{C}} \sqrt{x^2+y^2}\, ds$, kde $\mathcal{C}$ se skládá postupně z křivek

- $\mathcal{C}_1$: horní polovina kružnice o poloměru $\frac{1}{2}$ se středem v $(\frac{1}{2},0)$ jdoucí v kladném smyslu z bodu $(1,0)$ do bodu $(0,0)$;
- $\mathcal{C}_2$: úsečka jdoucí z bodu $(0,0)$ do bodu $(-1,2)$.

**Řešení:** zde.

**11.9** (křivkový integrál z vektorového pole)
Určete

$$\int_{\mathcal{C}} (2a-y)\ dx + x\ dy$$

pro oblouk cykloidy $\mathcal{C}$ dané parametrizací

$$\varphi: \quad x = a(t-\sin t) \ \ \& \ \ y = a(1-\cos t) \ \ \& \ \ 0 \le t \le 2\pi$$

s parametrem $a>0$ a orientaci danou touto parametrizaci. (Cykloida je křivka určená dráhou bodu, který je na kružnici s poloměrem $a$, která se valí bez tření po přímce.).

**Řešení:** zde.

**11.10** (křivkový integrál z vektorového pole)
Určete

$$\int_{\mathcal{C}} 2xy\ dx - x^2\ dy$$

kde $\mathcal{C}$ je část paraboly $x=2y^2$ jdoucí z bodu $(0,0)$ do bodu $(2,1)$.

**Řešení:** zde.