12. cvičení z Matematické analýzy 2

5. května 2026

12.1 (křivkový integrál z vektorového pole)
Určete
$$\int\limits_{\mathcal{C}} y\ dx + z\ dy + x\ dz$$
kde
$$\mathcal{C}: \quad x^2+y^2=z^2 \quad \& \quad x^2+y^2=2x \quad \& \quad z\geq 0$$
je křivka s orientací v kladném smyslu při pohledu shora.

Řešení: zde.

12.2 (křivkový integrál z vektorového pole)
Určete
$$\int\limits_{\mathcal{C}} y\ dx + z\ dy + x\ dz$$
kde
$$\mathcal{C}: \quad x^2+y^2=1 \quad \& \quad x+z=1$$
je křivka s kladnou orientací při pohledu shora.

Řešení: zde.

12.3 (konzervativní pole, potenciál)
Nalezněte funkci $g(x)$ tak, aby vektorové pole
$$\vec{F} = (y\sin x + yx\cos x + e^y, \quad g(x) + xe^y)$$
bylo potenciální na celém $\mathbb{R}^2$ a $g(0)=0$.

Řešení: zde.

12.4 (konzervativní pole, potenciál)
Určete hodnotu parametru α tak, aby pole $\vec{F}(x,y,z) = (x^2+y, \quad y^2+\alpha x, \quad ze^z)$ bylo konzervativní. K tomuto případu najděte potenciál a hodnotu práce síly z bodu $A=(0,1,0)$ do $B=(-1,1,0)$.

Řešení: (zde).

12.5 (Greenova věta)
Pomocí Greenovy věty vypočtěte křivkový integrál z vektorového pole
$$\vec{F} = (xy^2+\sin(x^2),\ 2x^2y+e^{-y^2})$$
podél kladně orientované hranice $\mathcal{C}$ trojúhelníku M s vrcholy $(0,0)$, $(2,2)$ a $(2,4)$.

Řešení: Podobně jako zde.

12.6 (Greenova věta)

Použijte Greenovu větu k nalezení práce síly

$$\vec{F}(x,y) = (2xy^3,\ 4x^2y^2)$$

vykonané na částici podél křivky $\mathcal{C}$, která je hranicí oblasti M ohraničené křivkami $y = 0$, $x = 1$ a $y = x^3$ v prvním kvadrantu. Křivka $\mathcal{C}$ je orientována v kladném smyslu (tj. proti směru hodinových ručiček).

Řešení: zde.

12.7 (plošný integrál z funkce)

Spočítejte

$$\iint\limits_M z\ dS,$$

kde M je částí válce $x^2 + y^2 = 2$ vymezená rovinou $z = 0$ a plochou $z = x^2 + (y-1)^2$.

Řešení: zde.

12.8 (plošný integrál z funkce)

Spočítejte

$$\iint_M (x^2 + y^2 + z^2)\ dS$$

kde M je plášť kužele $z = \sqrt{x^2 + y^2}, z \leq 1$.

Řešení: zde.