3. cvičení z Matematické analýzy 2

6. března 2026

3.1 Najděte parciální derivaci $\frac{\partial f}{\partial x}$ funkce

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & , \ (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & , \ (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

ve všech bodech $a = (x,y) \in \mathbb{R}^2$. Je funkce f spojitá v bodě $a_0 = (0,0)$? Je funkce $\frac{\partial f}{\partial x}$ spojitá v bodě $a_0 = (0,0)$?

Řešení: zde.

3.2 Pro funkci $f(x,y) = xy + \sin(x-y)$ v bodě $a_0 = (2,2)$ určete derivaci, tečnou rovinu a přímku, která je k ní kolmá a prochází bodem $B = (0,-1,3)$.

Ve kterém ze směrů $\vec{u}_1 = (0,1)$ a $\vec{u}_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ má funkce větší růst?

Řešení: zde.

3.3 Pro funkci $f(x,y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$ najděte parciální derivace $\frac{\partial f}{\partial x}$ a $\frac{\partial f}{\partial y}$ a obory jejich existence. V bodě $a_0 = (1,1)$ určete totální diferenciál a derivaci ve směru $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, tečnou rovinu a úhel, který tečná rovina svírá se základnou.

Řešení: zde.

3.4 Pro následující funkce f najděte parciální derivace $\frac{\partial f}{\partial x}$ a $\frac{\partial f}{\partial y}$ a obory jejich existence:

(a) $f(x,y) = \sqrt{y^2+x} \cdot \sin\frac{y}{x}$,

(b) $f(x,y) = (xy)^{\sqrt{x^2+y^2}}$

Řešení: zde.

3.5 Nalezněte úhel, který svírají

$$\text{graf funkce } f(x,y) = \ln(\sqrt{x^2+y^2}) \text{ a plocha } M : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$$

v bodě $(1,0,?)$.

Řešení: zde.