

9. cvičení z Matematické analýzy 2

17. dubna 2026

9.1 Vyjádřete integrál

$$\iint_E f(x, y) \, dx \, dy$$

v polárních souřadnicích (se středem v počátku souřadnic) v pořadí $d\rho \, d\varphi$ pro oblasti

(a) $E = \langle 1, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.

(b) $E: 0 \leq y \leq 1 - x^2$.

Řešení: (a), (b).

9.2 Vyjádřete integrál

$$\iint_E f(x, y) \, dx \, dy$$

v polárních souřadnicích (se středem v počátku souřadnic) v pořadí $d\rho \, d\varphi$ pro oblasti

(a) E , která je plochou trojúhelníka s vrcholy $(1, 0)$, $(2, 0)$ a $(1, 1)$.

(b) $E: 0 \leq x \leq 1 \ \& \ x^2 \leq y \leq 1$.

Řešení: (a), (b).

9.3 Použitím polárních souřadnic spočítejte integrály

(a)

$$\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dy \, dx,$$

(b)

$$\int_0^1 \int_x^{\sqrt{2-x^2}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dy \, dx$$

(c)

$$\int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \frac{1}{1 + x^2 + y^2} \, dx \, dy.$$

Řešení: (a), (b), (c).

9.4 Spočítejte integrál

$$\iint_E \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \, dx \, dy,$$

kde

$$E : x^2 + y^2 \leq 1 \ \& \ y \geq x.$$

Řešení: zde.

9.5 Spočítejte integrál

$$\iint_E \sqrt{1 - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}\right)} dx dy,$$

kde

$$E : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1.$$

Řešení: zde.